CALCULUL EXTENSIONAL

IONEL NARIȚA

Definim limbajul simbolic *E* (sau *limbajul extensional*) prin următoarele componente:

A) Sintaxa
1) Lista simbolurilor primitive
1.1. Lista simbolurilor variabile: x_i, y_i, z_i … 1)
1.2. Lista simbolurilor constante:
a) constantă 0-ară: u – universul.
b) constantă monară: * – negația.
c) constante binare: ∪ – reuniunea, ∨ – disjuncția.
1.3. Lista simbolurilor auxiliare: (,) – paranteze.
2) Lista regulilor de bine formare
2.1. u, x_i, y_i, z_i … sunt formule.
2.2. Dacă A este formulă, atunci A* este formulă.
2.3. Dacă A, B sunt formule, atunci A ∪ B și A ∨ B sunt formule.
2.4. Dacă A este formulă, atunci (A) este formulă.
3) Lista simbolurilor constante derivate
3.1. Intersecția: $AB =_{df} (A^* \cup B^*)^*$
3.2. Conjuncția: $A \& B =_{df} (A^* \vee B^*)^*$.

B) Semantica
Interpretăm formulele limbajului E peste mulțimea V = {1, 0}, în interiorul căreia definim operațiile de *sumă* și *produs*. Acestea sunt asociative, comutative, idempotente și reciproc distributive. Elementul *1* este neutru pentru produs și absorbant pentru sumă, iar *0* este element neutru pentru sumă și absorbant pentru produs. De asemenea, are loc 1* = 0, 0* = 1. Dacă prin *F* înțelegem mulțimea formulelor din limbajul E, definim funcția interpretativă *f* astfel:

$$f: F \rightarrow V,\ fx = X. \tag{2)}$$

Regulile de interpretare sunt următoarele:

1. fu = 1 3)
2. fx* = X*
3. f(x ∪ y) = X + Y

4. $f(xy) = XYC$, unde *C* este un coeficient care, pentru $X = 0$ sau $Y = 0$ ia valoarea *0* și, în cazul în care $(X = 1) \equiv (Y = 1)$, $C = 1$.
5. $f(A \vee B) = f(A) + f(B)$.

Pornind de la aceste reguli de interpretare, se pot demonstra următoarele relații:

1. Reuniunea și intersecția sunt comutative, asociative, idempotente și
reciproc distributive. Aceste proprietăți rezultă din proprietățile operațiilor 4)
de produs, sumă și negație definite peste mulțimea *V*. De pildă, să dovedim că reuniunea este comutativă, $f(x \cup y) = f(y \cup x)$:
1.1. $f(x \cup y) = X + Y$, (din 3.3);
1.2. $X + Y = Y + X$, (comutativitatea sumei);
1.3. $Y + X = f(y \cup x)$, (din 3.3);
1.4. $f(x \cup y) = f(y \cup x)$, (din 4.1.1 și 4.1.4, q.e.d.).
2. Să arătăm acum, că intersecția este distributivă față de reuniune, $fx(y \cup z) = f(xz \cup zy)$:
2.1. $fx(y \cup z) = X(Y + Z)C$, (din 3.3 și 3.4);
2.2. $X(Y + Z)C = XYC_1 + XZC_0$, unde $C_1 + C_0 = C$, (din 4.2.1);
2.3. $XYC_1 + XZC_0 = f(xy \cup xz)$, (din 4.2.2, 3.3 și 3.4, q.e.d).

Alte relații care rezultă din regulile de interpretare sunt:

3. $fx(x \cup y) = X$
3.1. $fx(x \cup y) = X + XYC$, (din 3.3 și 3.4); 5)
3.2. dacă $X = 1$: $1 + 1YC = 1$, (din 5.3.1);
3.3. dacă $X = 0$: $0 + 0YC = 0$, (din 5.3.1, q.e.d.).

4. *u* este element absorbant și u* este element neutru față de reuniune:
4.1. $f(x \cup u) = X + 1 = 1 = fu$, (din 3.1 și 3.3);
4.2. $f(x \cup u^*) = X + 0 = X = fx$, (din 2 și 3.3).

5. *u* este element neutru și u* este element absorbant față de intersecție:
5.1. $fxu = fx(x \cup x^*) = X + XX^*C = X = fx$, (din 2 și 3.3);
5.2. $fxu^* = X0C = 0 = fu^*$, (din 3.1, 3.2 și 3.4).

6. $XYC_1 + XY^*C_0 = X$
6.1. $f(xy \cup xy^*) = XYC_1 + XY^*C_0$, (din 3.3 și 3.4);
6.2. $fx(y \cup y^*) = fxu = X$, (din 3.3 și 5.6.1, q.e.d.).

7. $XYC_3 + XY^*C_2 + X^*YC_1 + X^*Y^*C_0 = 1$
7.1. $XYC_3 + XY^*C_2 + X^*YC_1 + X^*Y^*C_0 = f(xy \cup xy^* \cup x^*y \cup x^*y^*)$, (din 3.3 și 3.4);
7.2. $f(xy \cup xy^* \cup x^*y \cup x^*y^*) = f(x \cup x^*)(y \cup y^*)$, (din 5.7.1);

7.3. $f(x \cup x^*)(y \cup y^*) = fuu = 1$, (din 5.7.2, q.e.d.).

8. $XYC = C$
8.1. pentru $X = 1$ și $Y = 1$, rezultă: $11C = C$
8.2. pentru $X = 0$ sau $Y = 0$, rezultă: $XYC = 0$, (q.e.d.).

Prin urmare, ecuația $XYC_3 + XY^*C_2 + X^*YC_1 + X^*Y^*C_0 = 1$ poate fi scrisă omițând variabilele *X* și *Y*: $C_3 + C_2 + C_1 + C_0 = 1$ sub condiția amintită, $XYC = C$. Fie ecuațiile:

$$\begin{aligned} &ZYC_3 + ZY^*C_2 + Z^*YC_1 + Z^*Y^*C_0 = 1 \\ &XZQ_3 + XZ^*Q_2 + X^*ZQ_1 + X^*Z^*Q_0 = 1 \\ &XYH_3 + XY^*H_2 + X^*YH_1 + X^*Y^*H_0 = 1 \end{aligned} \qquad 6)$$

unde *X*, *Y*, *Z* iau valori în *V*. Ne propunem să stabilim valoarea coeficienților C_i și Q_j astfel încât coeficienții H_k să aibă o valoare determinată. Dacă folosim relațiile (5.8) coeficienții sistemului de ecuații (6) satisfac următoarele condiții:

$$\begin{aligned} &C_3 + C_2 + C_1 + C_0 = 1 \\ &Q_3 + Q_2 + Q_1 + Q_0 = 1 \\ &H_3 + H_2 + H_1 + H_0 = 1 \end{aligned} \qquad 7)$$

$$\begin{aligned} &C_3 + C_2 = Z && Q_3 + Q_2 = X \\ &C_1 + C_0 = Z^* && Q_1 + Q_0 = X^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &C_3 + C_1 = Y && Q_3 + Q_1 = Z \\ &C_2 + C_0 = Y^* && Q_2 + Q_0 = Z^* \end{aligned}$$

Să calculăm coeficientul H_3:

1. $H_3 = XYH_3$, (din 5.8);
2. $XYH_3 = (C_3 + C_1)(Q_3 + Q_2)H_3$, (din 7); 8)
3. $H_3 = C_3Q_3 + C_3Q_2 + C_1Q_3 + C_1Q_2$, (din 8.2);
4. $C_3Q_2 = ZYXZ^* = 0$ și $C_1Q_3 = Z^*YXZ = 0$, (din 7);
5. $H_3 = C_3Q_3 + C_1Q_2$ (din 8.3 și 8.4).

La fel pot fi calculați ceilalți H-coeficienți, ajungând la relațiile:

$$\begin{aligned} &H_3 = C_3Q_3 + C_1Q_2 \\ &H_2 = C_2Q_3 + C_0Q_2 \\ &H_1 = C_3Q_1 + C_1Q_0 \\ &H_0 = C_2Q_1 + C_0Q_0 \end{aligned} \qquad 9)$$

Să cercetăm în ce condiții H_3 ia valoarea *1*. Pentru aceasta, este suficient ca $C_3Q_3 = 1$ sau $C_1Q_2 = 1$. Ne oprim la prima condiție suficientă deoarece, pentru a doua, calculele decurg în mod analog:

1. $C_3 = 1$ și $Q_1 = 0$.
2. $Q_3 = 1$ și $C_1 = 0$. 10)
3. $Q_1 = 0$ și C_3 nu poate fi *0*, respectiv, $((Z = 1 \ \& \ C_2 = 0) \vee (Y = 1 \ \& \ C_1 = 0))$.
4. $C_1 = 0$ și Q_3 nu poate fi *0*, când, $((Z = 1 \ \& \ Q_1 = 0) \vee (X = 1 \ \& \ Q_2 = 0))$.

Dacă aplicăm aceeași metodă de calcul și pentru ceilalți coeficienți, ajungem la următoarele soluții pentru $H_i = 1$:

Tabelul 1. Soluțiile ecuațiilor (6) pentru $H_i = 1$

	Condiție	C_3	C_2	C_1	C_0	Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	
1		1						0		$H_3=1$
2			0			1				$H_3=1$
3	Z		0					0		$H_3=1$
4	Y			0				0		$H_3=1$
5	X		0				0			$H_3=1$
6				1					0	$H_3=1$
7					0		1			$H_3=1$
8	Z*				0				0	$H_3=1$
9	Y	0							0	$H_3=1$
10	X				0	0				$H_3=1$
11			1					0		$H_2=1$
12		0				1				$H_2=1$
13	Z	0						0		$H_2=1$
14	Y*				0			0		$H_2=1$
15	X	0					0			$H_2=1$
16					1				0	$H_2=1$
17				0			1			$H_2=1$
18	Z*			0					0	$H_2=1$
19	Y*		0						0	$H_2=1$
20	X			0		0				$H_2=1$
21		1				0				$H_1=1$
22			0					1		$H_1=1$
23	Z		0			0				$H_1=1$
24	Y			0		0				$H_1=1$
25	X*		0						0	$H_1=1$
26				1			0			$H_1=1$
27					0				1	$H_1=1$
28	Z*				0		0			$H_1=1$
29	Y	0					0			$H_1=1$
30	X*				0			0		$H_1=1$

Tabelul 1 (continuare)

31			1			0				$H_0=1$
32		0						1		$H_0=1$
33	Z	0				0				$H_0=1$
34	Y*				0	0				$H_0=1$
35	X*	0							0	$H_0=1$
36					1		0			$H_0=1$
37				0					1	$H_0=1$
38	Z*			0			0			$H_0=1$
39	Y*		0				0			$H_0=1$
40	X*			0				0		$H_0=1$

Dacă punem condiția necesară ca $H_3 = 0$, obținem soluțiile degenerate Y = 0 sau X = 0, dar și soluțiile ($C_3 = 0$ & $Q_2 = 0$) $\vee$ ($C_1 = 0$ & $Q_3 = 0$). La fel se calculează soluțiile și pentru ceilalți H-coeficienți, ajungând la următorul tabel:

Tabelul 2. Soluțiile ecuațiilor (6) pentru $H_i = 0$

	C_3	C_2	C_1	C_0	Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	
1	0					0			$H_3=0$
2			0		0				$H_3=0$
3		0				0			$H_2=0$
4				0	0				$H_2=0$
5	0							0	$H_1=0$
6			0				0		$H_1=0$
7		0						0	$H_0=0$
8				0			0		$H_0=0$

De exemplu, dacă ne oprim la linia (3) a tabelului (2) și substituim valorile coeficienților *C* și *Q* în ecuațiile (9), obținem: $H_3 = C_3Q_3$, $H_2 = 0$, $H_1 = C_3Q_1 + C_1Q_0$, $H_0 = C_0Q_0$.

1. INTERPRETĂRI ALE LIMBAJULUI EXTENSIONAL

Simbolurile limbajului *E* pot fi interpretate prin propoziții privind părțile unui domeniu oarecare *U* pe care le numim *mulțimi* și prin relațiile dintre acestea:

1. x = „Mulțimea *x* este nevidă”.
2. xy = „Intersecția mulțimilor *x* și *y* este nevidă”. 11)
3. x ∪ y = „Reuniunea mulțimilor x și y este nevidă”.
4. x* = „Complementara mulțimii *x* relativ la *U* este nevidă”.
5. fA = 1: Propoziția „Mulțimea *A* este nevidă” este adevărată.
6. fA = 0: Propoziția „Mulțimea *A* este vidă” este adevărată.

Cu ajutorul tabelelor (1) și (2) putem construi raționamente cu propoziții care presupun caracterul vid al mulțimilor. Iată câteva exemple de asemenea raționamente corecte:

Mulțimea zy nu este vidă & Mulțimea x*z este vidă/ Mulțimea xy nu este vidă. 12)
Mulțimea z*y* este vidă & Mulțimea x*z este vidă/ Mulțimea xy* nu este vidă (Dacă y* nu este vidă).
Mulțimea z*y* este vidă & Mulțimea xz* este vidă/ Mulțimea x*y nu este vidă (Dacă z* nu este vidă).
Mulțimea zy* este vidă & Mulțimea xz* este vidă/ Mulțimea xy* este vidă.
Mulțimea z*y* este vidă & Mulțimea x*z este vidă/ Mulțimea x*y* este vidă.

Prin context înțelegem ansamblul condițiilor în care o propoziție are o valoare de adevăr determinată. Conform principiilor logicii, relativ la un context, o propoziție are o valoare de adevăr și numai una. De aceea, unei propoziții îi corespunde clasa contextelor în care acea propoziție este adevărată. Complementara acesteia, relativ la clasa *K* a tuturor contextelor, este alcătuită din toate contextele în care propoziția respectivă este falsă, iar negația ei este adevărată. Constatăm că propozițiile decupează părți din clasa contextelor aflându-ne într-o situație asemănătoare celei precedente. Ținând seama de relația dintre propoziții și contexte, expresiile limbajului *E* pot fi interpretate prin propoziții privind valoarea logică a propozițiilor:

1. x = propoziția *x* nu este contradicție.
2. x* = negația propoziției *x* nu este contradicție. 13)
3. xy = x o y, (Propoziția *x* este compatibilă cu propoziția *y*).
4. $x \cup y$ = (x* o y*)*.
5. fA = 1: „Propoziția *A* nu este contradicție” este adevărată.
6. fA = 0: „Propoziția *A* este contradicție” este adevărată.

Dacă ținem seama de următoarele definiții:

(x o y)* $=_{df}$ propozițiile *x* și *y* sunt contrare;
(x o y*)* $=_{df}$ propoziția *x* este supraalterna lui *y*; 14)
(x* o y)* $=_{df}$ propoziția *x* este subalterna lui *y*;
(x* o y*)* $=_{df}$ propozițiile *x* și *y* sunt subcontrare,

tabelele (1) și (2) ne permit să punem în evidență raționamentele în care premisele și concluzia exprimă relații între propoziții. De exemplu, următoarele raționamente sunt corecte:

z și *y* sunt compatibile & *x* este subalterna lui *z*/ *x* și *y* sunt compatibile.

z este supraalterna lui *y* & *x* este subalterna lui *z*/ *x* și *y* sunt compatibile (dacă *z* nu este contradicție). 15)

z și *y* sunt subcontrare & *x* și *z* sunt contrare/ *x* și *y* nu sunt subcontrare (dacă *y** nu este contradicție).

z și *y* sunt contrare & *x* este supraalterna lui *z*/ *x* și *y* sunt contrare.

z și *y* sunt contrare & *x* și *z* sunt subcontrare/ *x* este subalterna lui *y*.

z și *y* sunt subcontrare & *x* este subalterna lui *z*/ *x* și *y* sunt subcontrare.

Simbolurile limbajului *E* pot fi interpretate și ca propoziții despre termeni și operații cu termeni din perspectivă extensională. Termenii se caracterizează printr-o intensiune constantă și o extensiune sau clasă variabilă. Intensiunea este alcătuită din proprietăți sau relații, iar extensiunea unui termen conține toate obiectele care satisfac intensiunea acelui termen la un moment dat. De exemplu, intensiunea termenului „pătrat” conține elemente precum *poligon, are laturi egale, patrulater* etc., iar extensiunea sa este formată din toate obiectele care au formă pătrată relativ la un moment dat. Pe câtă vreme intensiunea este mereu aceeași, clasa pătratelor se modifică deoarece unele obiecte dobândesc, iar altele pierd forma pătrată.

Termenii se supun unor operații în urma cărora rezultă alți termeni, dintre care amintim:

1) Negativul unui termen, *s**, are extensiunea complementară cu a termenului negat. De exemplu, extensiunile termenilor „pătrat” și „non-pătrat” sunt complementare.

2) Extensiunea compusului conjunct a doi termeni, *sp*, este intersecția extensiunilor termenilor compuși. Bunăoară, extensiunea termenului „dreptunghi cu laturi egale” este intersecția extensiunilor termenilor „dreptunghi” și „poligon cu laturi egale”.

3) Extensiunea compusului sumativ a doi termeni, $s \cup p$, este reuniunea extensiunilor termenilor compuși. De pildă, extensiunea termenului „pătrat sau triunghi” este reuniunea extensiunilor termenilor „pătrat” și „triunghi” etc.

Extensiunea unui termen poate fi vidă sau nu. Dacă *s* are o extensiune nevidă, spunem că „*S* există”, iar dacă extensiunea sa este vidă, atunci „*S* nu există”, ajungând la propoziții de existență sau *ontologice*. Ținând seama de cele de mai sus, formulele limbajului *E* pot fi interpretate prin propoziții ontologice:

1. x = „*x* există”
2. xy = „xy există” 16)
3. x ∪ y = „x ∪ y există”
4. x* = „*x** există”
5. fA = 1: Propoziția „*A* există” este adevărată.
6. fA = 0: Propoziția „*A* nu există” este adevărată.

Simbolul *u* reprezintă termenul universal, a cărui extensiune este universul și, deoarece, în orice context, fu = 1 se admite că universul nu este vid. Prin „xy” înțelegem compusul conjunct al termenilor *x* și *y*, iar „x ∪ y” reprezintă compusul sumativ al acelorași termeni. Iată exemple de raționamente corecte cu propoziții ontologice:

Caii înaripați nu există & Patrupede care sunt cai există/ Patrupede non-înaripate există. 17)

Pătrate fără unghiuri nu există & Cercuri pătrate nu există/ Non-cercuri cu unghiuri există (odată ce există pătrate).

Non-cosmonaut care a ajuns pe Lună nu există & Timișorean cosmonaut nu există/ Timișorean care a ajuns pe Lună nu există.

Propozițiile de existență permit să se definească relațiile dintre termeni:

sp există $=_{df}$ *s* și *p* sunt compatibili.
sp nu există $=_{df}$ *s* și *p* sunt contrari. 18)
*sp** nu există $=_{df}$ *s* este subordonat lui *p*.
*s*p* nu există $=_{df}$ *s* este supraordonat lui *p*.
*s*p** nu există $=_{df}$ *s* și *p* sunt subcontrari.

Utilizând tabelele (1) și (2), putem construi raționamente corecte alcătuite din propoziții privind relațiile dintre termeni:

Leul este subordonat față de felină & Patrupedul este supraordonat față de leu/ Patruped și felină sunt compatibile (pentru că există lei). 19)

Dreptunghiul este subordonat față de poligon & Pătratul este subordonat față de dreptunghi/ Pătratul este subordonat față de poligon.

Propozițiile categorice exprimă relații între termeni, prin urmare, cu ajutorul propozițiilor ontologice putem defini propozițiile categorice și, în acest fel, formulele limbajului *E* pot fi interpretate prin propoziții categorice. Relația dintre propozițiile ontologice și cele categorice este următoarea:

Tabelul 3. Propoziții categorice

C-coeficient	Propoziții ontologice	Propoziții categorice	Condiții
$C_3 = 1$	*sp* există.	Unii *s* sunt *p*. (Isp)	
		Unii *s* nu sunt *p**. (Osp*)	
		Unii *p* sunt *s*. (Ips)	
		Unii *p* nu sunt *s**. (Ops*)	
$C_3 = 0$	*sp* nu există.	Nici un *s* nu este *p*. (Esp)	*s* există.
		Toți *s* sunt *p**. (Asp*)	
		Nici un *p* nu este *s*. (Eps)	*p* există.
		Toți *p* sunt *s**. (Aps*)	
$C_2 = 1$	*sp** există.	Unii *s* sunt *p**. (Isp*)	
		Unii *s* nu sunt *p*. (Osp)	
		Unii *p** sunt *s*. (Ip*s)	
		Unii *p** nu sunt *s**. (Op*s*)	
$C_2 = 0$	*sp** nu există.	Nici un *s* nu este *p**. (Esp*)	*s* există.
		Toți *s* sunt *p*. (Asp)	

Tabelul 3 (continuare)

		Nici un $p*$ nu este s. (Ep*s)	$p*$ există.
		Toți $p*$ sunt $s*$. (Ap*s*)	
$C_1 = 1$	$s*p$ există.	Unii $s*$ sunt p. (Is*p)	
		Unii $s*$ nu sunt $p*$. (Os*p*)	
		Unii p sunt $s*$. (Ips*)	
		Unii p nu sunt s. (Ops)	
$C_1 = 0$	$s*p$ nu există.	Nici un $s*$ nu este p. (Es*p)	$s*$ există.
		Toți $s*$ sunt $p*$. (As*p*)	
		Nici un p nu este $s*$. (Eps*)	p există.
		Toți p sunt s. (Aps)	
$C_0 = 1$	$s*p*$ există.	Unii $s*$ sunt $p*$. (Is*p*)	
		Unii $s*$ nu sunt p. (Os*p)	
		Unii $p*$ sunt $s*$. (Ip*s*)	
		Unii $p*$ nu sunt s. (Op*s)	
$C_0 = 0$	$s*p*$ nu există.	Nici un $s*$ nu este $p*$. (Es*p*)	$s*$ există.
		Toți $s*$ sunt p. (As*p)	
		Nici un $p*$ nu este $s*$. (Ep*s*)	$p*$ există.
		Toți $p*$ sunt s. (Ap*s)	

Spre deosebire de propozițiile ontologice, care au doar o componentă extensională, în cazul propozițiilor categorice trebuie să ținem seama și de componenta intensională. Valoarea de adevăr a acestor propoziții se compune din valoarea lor intensională și cea extensională. O propoziție categorică are valoare de adevăr extensională numai dacă are referință. În cazul propozițiilor particulare, existența referinței provine din presupunerea făcută prin intermediul propoziției, dar, în cazul universalelor, trebuie adăugată condiția ca subiectul să nu fie un termen nul. De exemplu, o propoziție precum „Toți corbii albi sunt corbi” este adevărată intensional, dar, din perspectivă extensională, nu are valoare de adevăr pentru că nu are referință.

2. SILOGISME EXTENSIONALE

Având în vedere tabelul (1) și ținând seama de relațiile dintre propozițiile ontologice și cele categorice (tabelul 3), obținem lista modurilor silogistice valide (a raționamentelor cu propoziții categorice). Iată, mai întâi, lista modurilor valide care au concluzia particulară:

Tabelul 4. Figura 1 – concluzii particulare

	Condiția	Majora (M–P)	Minora (S–M)	Concluzia (S–P)	Mod clasic
1		I_{11}/O_{10}	A_{00}/E_{01}	I_{11}/O_{10}	
2		A_{11}/E_{10}	I_{11}/O_{10}	I_{11}/O_{10}	DARII
3	M	A_{11}/E_{10}	A_{00}/E_{01}	I_{11}/O_{10}	
4	P	A_{00}/E_{01}	A_{00}/E_{01}	I_{11}/O_{10}	

Tabelul 4 (continuare)

5	S	A_{11}/E_{10}	A_{11}/E_{10}	I_{11}/O_{10}	BARBARI
6		I_{01}/O_{00}	A_{01}/E_{00}	I_{11}/O_{10}	
7		A_{01}/E_{00}	I_{10}/O_{11}	I_{11}/O_{10}	
8	M*	A_{01}/E_{00}	A_{01}/E_{00}	I_{11}/O_{10}	
9	P	A_{10}/E_{11}	A_{01}/E_{00}	I_{11}/O_{10}	
10	S	A_{01}/E_{00}	A_{10}/E_{11}	I_{11}/O_{10}	
11		I_{10}/O_{11}	A_{00}/E_{01}	I_{10}/O_{11}	
12		A_{10}/E_{11}	I_{11}/O_{10}	I_{10}/O_{11}	FERIO
13	M	A_{10}/E_{11}	A_{00}/E_{01}	I_{10}/O_{11}	
14	P*	A_{01}/E_{00}	A_{00}/E_{01}	I_{10}/O_{11}	
15	S	A_{10}/E_{11}	A_{11}/E_{10}	I_{10}/O_{11}	CELARONT
16		I_{00}/O_{01}	A_{01}/E_{00}	I_{10}/O_{11}	
17		A_{00}/E_{01}	I_{10}/O_{11}	I_{10}/O_{11}	
18	M*	A_{00}/E_{01}	A_{01}/E_{00}	I_{10}/O_{11}	
19	P*	A_{11}/E_{10}	A_{01}/E_{00}	I_{10}/O_{11}	
20	S	A_{00}/E_{01}	A_{10}/E_{11}	I_{10}/O_{11}	
21		I_{11}/O_{10}	A_{10}/E_{11}	I_{01}/O_{00}	
22		A_{11}/E_{10}	I_{01}/O_{00}	I_{01}/O_{00}	
23	M	A_{11}/E_{10}	A_{10}/E_{11}	I_{01}/O_{00}	
24	P	A_{00}/E_{01}	A_{10}/E_{11}	I_{01}/O_{00}	
25	S*	A_{11}/E_{10}	A_{01}/E_{00}	I_{01}/O_{00}	
26		I_{01}/O_{00}	A_{11}/E_{10}	I_{01}/O_{00}	
27		A_{01}/E_{00}	I_{00}/O_{01}	I_{01}/O_{00}	
28	M*	A_{01}/E_{00}	A_{11}/E_{10}	I_{01}/O_{00}	
29	P	A_{10}/E_{11}	A_{11}/E_{10}	I_{01}/O_{00}	
30	S*	A_{01}/E_{00}	A_{00}/E_{01}	I_{01}/O_{00}	
31		I_{10}/O_{11}	A_{10}/E_{11}	I_{00}/O_{01}	
32		A_{10}/E_{11}	I_{01}/O_{00}	I_{00}/O_{01}	
33	M	A_{10}/E_{11}	A_{10}/E_{11}	I_{00}/O_{01}	
34	P*	A_{01}/E_{00}	A_{10}/E_{11}	I_{00}/O_{01}	
35	S*	A_{10}/E_{11}	A_{01}/E_{00}	I_{00}/O_{01}	
36		I_{00}/O_{01}	A_{11}/E_{10}	I_{00}/O_{01}	
37		A_{00}/E_{01}	I_{00}/O_{01}	I_{00}/O_{01}	
38	M*	A_{00}/E_{01}	A_{11}/E_{10}	I_{00}/O_{01}	
39	P*	A_{11}/E_{10}	A_{11}/E_{10}	I_{00}/O_{01}	
40	S*	A_{00}/E_{01}	A_{00}/E_{01}	I_{00}/O_{01}	

Tabelul 5. Figura 2 – concluzii particulare

	Condiția	Majora (P–M)	Minora (S–M)	Concluzia (S–P)	Mod clasic
1		I_{11}/O_{10}	A_{00}/E_{01}	I_{11}/O_{10}	
2		A_{00}/E_{01}	I_{11}/O_{10}	I_{11}/O_{10}	
3	M	A_{00}/E_{01}	A_{00}/E_{01}	I_{11}/O_{10}	
4	P	A_{11}/E_{10}	A_{00}/E_{01}	I_{11}/O_{10}	
5	S	A_{00}/E_{01}	A_{11}/E_{10}	I_{11}/O_{10}	

Tabelul 5 (continuare)

6		I_{10}/O_{11}	A_{01}/E_{00}	I_{11}/O_{10}	
7		A_{01}/E_{00}	I_{10}/O_{11}	I_{11}/O_{10}	
8	M*	A_{01}/E_{00}	A_{01}/E_{00}	I_{11}/O_{10}	
9	P	A_{10}/E_{11}	A_{01}/E_{00}	I_{11}/O_{10}	
10	S	A_{01}/E_{00}	A_{10}/E_{11}	I_{11}/O_{10}	
11		I_{01}/O_{00}	A_{00}/E_{01}	I_{10}/O_{11}	
12		A_{10}/E_{11}	I_{11}/O_{10}	I_{10}/O_{11}	FESTINO
13	M	A_{10}/E_{11}	A_{00}/E_{01}	I_{10}/O_{11}	
14	P*	A_{01}/E_{00}	A_{00}/E_{01}	I_{10}/O_{11}	
15	S	A_{10}/E_{11}	A_{11}/E_{10}	I_{10}/O_{11}	CESARO
16		I_{00}/O_{01}	A_{01}/E_{00}	I_{10}/O_{11}	
17		A_{11}/E_{10}	I_{10}/O_{11}	I_{10}/O_{11}	BAROCO
18	M*	A_{11}/E_{10}	A_{01}/E_{00}	I_{10}/O_{11}	
19	P*	A_{00}/E_{01}	A_{01}/E_{00}	I_{10}/O_{11}	
20	S	A_{11}/E_{10}	A_{10}/E_{11}	I_{10}/O_{11}	CAMESTROP
21		I_{11}/O_{10}	A_{10}/E_{11}	I_{01}/O_{00}	
22		A_{00}/E_{01}	I_{01}/O_{00}	I_{01}/O_{00}	
23	M	A_{00}/E_{01}	A_{10}/E_{11}	I_{01}/O_{00}	
24	P	A_{11}/E_{10}	A_{10}/E_{11}	I_{01}/O_{00}	
25	S*	A_{00}/E_{01}	A_{01}/E_{00}	I_{01}/O_{00}	
26		I_{10}/O_{11}	A_{11}/E_{10}	I_{01}/O_{00}	
27		A_{01}/E_{00}	I_{00}/O_{01}	I_{01}/O_{00}	
28	M*	A_{01}/E_{00}	A_{11}/E_{10}	I_{01}/O_{00}	
29	P	A_{10}/E_{11}	A_{11}/E_{10}	I_{01}/O_{00}	
30	S*	A_{01}/E_{00}	A_{00}/E_{01}	I_{01}/O_{00}	
31		I_{01}/O_{00}	A_{10}/E_{11}	I_{00}/O_{01}	
32		A_{10}/E_{11}	I_{01}/O_{00}	I_{00}/O_{01}	
33	M	A_{10}/E_{11}	A_{10}/E_{11}	I_{00}/O_{01}	
34	P*	A_{01}/E_{00}	A_{10}/E_{11}	I_{00}/O_{01}	
35	S*	A_{10}/E_{11}	A_{01}/E_{00}	I_{00}/O_{01}	
36		I_{00}/O_{01}	A_{11}/E_{10}	I_{00}/O_{01}	
37		A_{11}/E_{10}	I_{00}/O_{01}	I_{00}/O_{01}	
38	M*	A_{11}/E_{10}	A_{11}/E_{10}	I_{00}/O_{01}	
39	P*	A_{00}/E_{01}	A_{11}/E_{10}	I_{00}/O_{01}	
40	S*	A_{11}/E_{10}	A_{00}/E_{01}	I_{00}/O_{01}	

Tabelul 6. Figura 3 – concluzii particulare

	Condiția	Majora (M–P)	Minora (M–S)	Concluzia (S–P)	Mod clasic
1		I_{11}/O_{10}	A_{11}/E_{10}	I_{11}/O_{10}	DISAMIS
2		A_{11}/E_{10}	I_{11}/O_{10}	I_{11}/O_{10}	DATISI
3	M	A_{11}/E_{10}	A_{11}/E_{10}	I_{11}/O_{10}	DARAPTI
4	P	A_{00}/E_{01}	A_{11}/E_{10}	I_{11}/O_{10}	
5	S	A_{11}/E_{10}	A_{00}/E_{01}	I_{11}/O_{10}	
6		I_{01}/O_{00}	A_{01}/E_{00}	I_{11}/O_{10}	

Tabelul 6 (continuare)

7		A_{01}/E_{00}	I_{01}/O_{00}	I_{11}/O_{10}	
8	M*	A_{01}/E_{00}	A_{01}/E_{00}	I_{11}/O_{10}	
9	P	A_{10}/E_{11}	A_{01}/E_{00}	I_{11}/O_{10}	
10	S	A_{01}/E_{00}	A_{10}/E_{11}	I_{11}/O_{10}	
11		I_{10}/O_{11}	A_{11}/E_{10}	I_{10}/O_{11}	BOCARDO
12		A_{10}/E_{11}	I_{11}/O_{10}	I_{10}/O_{11}	FERISON
13	M	A_{10}/E_{11}	A_{11}/E_{10}	I_{10}/O_{11}	FELAPTON
14	P*	A_{01}/E_{00}	A_{11}/E_{10}	I_{10}/O_{11}	
15	S	A_{10}/E_{11}	A_{00}/E_{01}	I_{10}/O_{11}	
16		I_{00}/O_{01}	A_{01}/E_{00}	I_{10}/O_{11}	
17		A_{00}/E_{01}	I_{01}/O_{00}	I_{10}/O_{11}	
18	M*	A_{00}/E_{01}	A_{01}/E_{00}	I_{10}/O_{11}	
19	P*	A_{11}/E_{10}	A_{01}/E_{00}	I_{10}/O_{11}	
20	S	A_{00}/E_{01}	A_{10}/E_{11}	I_{10}/O_{11}	
21		I_{11}/O_{10}	A_{10}/E_{11}	I_{01}/O_{00}	
22		A_{11}/E_{10}	I_{10}/O_{11}	I_{01}/O_{00}	
23	M	A_{11}/E_{10}	A_{10}/E_{11}	I_{01}/O_{00}	
24	P	A_{00}/E_{01}	A_{10}/E_{11}	I_{01}/O_{00}	
25	S*	A_{11}/E_{10}	A_{01}/E_{00}	I_{01}/O_{00}	
26		I_{01}/O_{00}	A_{00}/E_{01}	I_{01}/O_{00}	
27		A_{01}/E_{00}	I_{00}/O_{01}	I_{01}/O_{00}	
28	M*	A_{01}/E_{00}	A_{00}/E_{01}	I_{01}/O_{00}	
29	P	A_{10}/E_{11}	A_{00}/E_{01}	I_{01}/O_{00}	
30	S*	A_{01}/E_{00}	A_{11}/E_{10}	I_{01}/O_{00}	
31		I_{10}/O_{11}	A_{10}/E_{11}	I_{00}/O_{01}	
32		A_{10}/E_{11}	I_{10}/O_{11}	I_{00}/O_{01}	
33	M	A_{10}/E_{11}	A_{10}/E_{11}	I_{00}/O_{01}	
34	P*	A_{01}/E_{00}	A_{10}/E_{11}	I_{00}/O_{01}	
35	S*	A_{10}/E_{11}	A_{01}/E_{00}	I_{00}/O_{01}	
36		I_{00}/O_{01}	A_{00}/E_{01}	I_{00}/O_{01}	
37		A_{00}/E_{01}	I_{00}/O_{01}	I_{00}/O_{01}	
38	M*	A_{00}/E_{01}	A_{00}/E_{01}	I_{00}/O_{01}	
39	P*	A_{11}/E_{10}	A_{00}/E_{01}	I_{00}/O_{01}	
40	S*	A_{00}/E_{01}	A_{11}/E_{10}	I_{00}/O_{01}	

Tabelul 7. Figura 4 – concluzii particulare

	Condiția	Majora (P–M)	Minora (M–S)	Concluzia (S–P)	Mod clasic
1		I_{11}/O_{10}	A_{11}/E_{10}	I_{11}/O_{10}	DIMARIS
2		A_{00}/E_{01}	I_{11}/O_{10}	I_{11}/O_{10}	
3	M	A_{00}/E_{01}	A_{11}/E_{10}	I_{11}/O_{10}	
4	P	A_{11}/E_{10}	A_{11}/E_{10}	I_{11}/O_{10}	BRAMANTIP
5	S	A_{00}/E_{01}	A_{00}/E_{01}	I_{11}/O_{10}	
6		I_{10}/O_{11}	A_{01}/E_{00}	I_{11}/O_{10}	
7		A_{01}/E_{00}	I_{01}/O_{00}	I_{11}/O_{10}	

Tabelul 7 (continuare)

8	M*	A_{01}/E_{00}	A_{01}/E_{00}	I_{11}/O_{10}	
9	P	A_{10}/E_{11}	A_{01}/E_{00}	I_{11}/O_{10}	
10	S	A_{01}/E_{00}	A_{10}/E_{11}	I_{11}/O_{10}	
11		I_{01}/O_{00}	A_{11}/E_{10}	I_{10}/O_{11}	
12		A_{10}/E_{11}	I_{11}/O_{10}	I_{10}/O_{11}	FRESISON
13	M	A_{10}/E_{11}	A_{11}/E_{10}	I_{10}/O_{11}	FESAPO
14	P*	A_{01}/E_{00}	A_{11}/E_{10}	I_{10}/O_{11}	
15	S	A_{10}/E_{11}	A_{00}/E_{01}	I_{10}/O_{11}	
16		I_{00}/O_{01}	A_{01}/E_{00}	I_{10}/O_{11}	
17		A_{11}/E_{10}	I_{01}/O_{00}	I_{10}/O_{11}	
18	M*	A_{11}/E_{10}	A_{01}/E_{00}	I_{10}/O_{11}	
19	P*	A_{00}/E_{01}	A_{01}/E_{00}	I_{10}/O_{11}	
20	S	A_{11}/E_{10}	A_{10}/E_{11}	I_{10}/O_{11}	CAMENOP
21		I_{11}/O_{10}	A_{10}/E_{11}	I_{01}/O_{00}	
22		A_{00}/E_{01}	I_{10}/O_{11}	I_{01}/O_{00}	
23	M	A_{00}/E_{01}	A_{10}/E_{11}	I_{01}/O_{00}	
24	P	A_{11}/E_{10}	A_{10}/E_{11}	I_{01}/O_{00}	
25	S*	A_{00}/E_{01}	A_{01}/E_{00}	I_{01}/O_{00}	
26		I_{10}/O_{11}	A_{00}/E_{01}	I_{01}/O_{00}	
27		A_{01}/E_{00}	I_{00}/O_{01}	I_{01}/O_{00}	
28	M*	A_{01}/E_{00}	A_{00}/E_{01}	I_{01}/O_{00}	
29	P	A_{10}/E_{11}	A_{00}/E_{01}	I_{01}/O_{00}	
30	S*	A_{01}/E_{00}	A_{11}/E_{10}	I_{01}/O_{00}	
31		I_{01}/O_{00}	A_{10}/E_{11}	I_{00}/O_{01}	
32		A_{10}/E_{11}	I_{10}/O_{11}	I_{00}/O_{01}	
33	M	A_{10}/E_{11}	A_{10}/E_{11}	I_{00}/O_{01}	
34	P*	A_{01}/E_{00}	A_{10}/E_{11}	I_{00}/O_{01}	
35	S*	A_{10}/E_{11}	A_{01}/E_{00}	I_{00}/O_{01}	
36		I_{00}/O_{01}	A_{00}/E_{01}	I_{00}/O_{01}	
37		A_{11}/E_{10}	I_{00}/O_{01}	I_{00}/O_{01}	
38	M*	A_{11}/E_{10}	A_{00}/E_{01}	I_{00}/O_{01}	
39	P*	A_{00}/E_{01}	A_{00}/E_{01}	I_{00}/O_{01}	
40	S*	A_{11}/E_{10}	A_{11}/E_{10}	I_{00}/O_{01}	

Modurile silogistice valide care au concluzia universală rezultă din tabelele (2) și (3):

Tabelul 8. Figura 1 – concluzii universale

	Condiția	Majora (M–P)	Minora (S–M)	Concluzia (S–P)	Mod clasic
1	S	A_{10}/E_{11}	A_{11}/E_{10}	A_{10}/E_{11}	CELARENT
2	S	A_{00}/E_{01}	A_{10}/E_{11}	A_{10}/E_{11}	
3	S	A_{11}/E_{10}	A_{11}/E_{10}	A_{11}/E_{10}	BARBARA
4	S	A_{01}/E_{00}	A_{10}/E_{11}	A_{11}/E_{10}	
5	S*	A_{10}/E_{11}	A_{01}/E_{00}	A_{00}/E_{01}	

Tabelul 8 (continuare)

6	S*	A_{00}/E_{01}	A_{00}/E_{01}	A_{00}/E_{01}	
7	S*	A_{11}/E_{10}	A_{01}/E_{00}	A_{01}/E_{00}	
8	S*	A_{01}/E_{00}	A_{00}/E_{01}	A_{01}/E_{00}	

Tabelul 9. Figura 2 – concluzii universale

	Condiția	Majora (P–M)	Minora (S–M)	Concluzia (S–P)	Mod clasic
1	S	A_{10}/E_{11}	A_{11}/E_{10}	A_{10}/E_{11}	CESARE
2	S	A_{11}/E_{10}	A_{10}/E_{11}	A_{10}/E_{11}	CAMESTRES
3	S	A_{00}/E_{01}	A_{11}/E_{10}	A_{11}/E_{10}	
4	S	A_{01}/E_{00}	A_{10}/E_{11}	A_{11}/E_{10}	
5	S*	A_{10}/E_{11}	A_{01}/E_{00}	A_{00}/E_{01}	
6	S*	A_{11}/E_{10}	A_{00}/E_{01}	A_{00}/E_{01}	
7	S*	A_{00}/E_{01}	A_{01}/E_{00}	A_{01}/E_{00}	
8	S*	A_{01}/E_{00}	A_{00}/E_{01}	A_{01}/E_{00}	

Tabelul 10. Figura 3 – concluzii universale

	Condiția	Majora (M–P)	Minora (M–S)	Concluzia (S–P)	Mod clasic
1	S	A_{10}/E_{11}	A_{00}/E_{01}	A_{10}/E_{11}	
2	S	A_{00}/E_{01}	A_{10}/E_{11}	A_{10}/E_{11}	
3	S	A_{11}/E_{10}	A_{00}/E_{01}	A_{11}/E_{10}	
4	S	A_{01}/E_{00}	A_{10}/E_{11}	A_{11}/E_{10}	
5	S*	A_{10}/E_{11}	A_{01}/E_{00}	A_{00}/E_{01}	
6	S*	A_{00}/E_{01}	A_{11}/E_{10}	A_{00}/E_{01}	
7	S*	A_{11}/E_{10}	A_{01}/E_{00}	A_{01}/E_{00}	
8	S*	A_{01}/E_{00}	A_{11}/E_{10}	A_{01}/E_{00}	

Tabelul 11. Figura 4 – concluzii universale

	Condiția	Majora (P–M)	Minora (M–S)	Concluzia (S–P)	Mod clasic
1	S	A_{10}/E_{11}	A_{00}/E_{01}	A_{10}/E_{11}	
2	S	A_{11}/E_{10}	A_{10}/E_{11}	A_{10}/E_{11}	CAMENES
3	S	A_{00}/E_{01}	A_{00}/E_{01}	A_{11}/E_{10}	
4	S	A_{01}/E_{00}	A_{10}/E_{11}	A_{11}/E_{10}	
5	S*	A_{10}/E_{11}	A_{01}/E_{00}	A_{00}/E_{01}	
6	S*	A_{11}/E_{10}	A_{11}/E_{10}	A_{00}/E_{01}	
7	S*	A_{00}/E_{01}	A_{01}/E_{00}	A_{01}/E_{00}	
8	S*	A_{01}/E_{00}	A_{11}/E_{10}	A_{01}/E_{00}	

Am indicat propozițiile care intră în componența silogismelor prin X_{ij} unde *X* poate fi *A*, *E*, *I*, *O* indicând calitatea și cantitatea propoziției, iar indicii *i* și *j* iau valorile *1* și *0* pentru calitatea termenilor care joacă rolul de subiect sau predicat în propoziția respectivă. De pildă, prin A_{11} am reprezentat propoziția universal afirmativă cu subiect și predicat pozitive: Asp sau „Toți *s* sunt *p*”, în vreme ce, prin

A_{01} am reprezentat universal afirmativa care are subiectul negativ și predicatul pozitiv, respectiv, As*p, „Toți *s** sunt *p*”.

Am obținut 48 × 8 = 384 moduri valide pentru fiecare figură silogistică și, ținând seama că se deosebesc patru figuri, numărul total al modurilor silogistice valide este de 384 × 4 = 1536. Dintre acestea, 256 moduri au concluzii universale și 1280 moduri au concluzii particulare.

Unele moduri silogistice sunt valide numai dacă mediul, majorul sau minorul există. De exemplu, modul FESAPO din figura 4 este valid dacă mediul nu este nul:

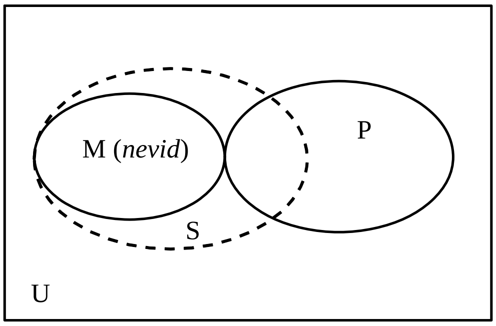

Fig. 1. Modul EAO-4

În interiorul modului EAO-4 pot fi construite silogisme incorecte cu termenul mediu nul: (Nici un cal nu este pegas & Toți pegașii sunt animale/ Unii cai nu sunt animale), unde majora este adevărată extensional, având referință, minora este adevărată intensional, iar concluzia este falsă extensional.

Dacă toate ocurențele termenilor de același tip sunt de aceeași calitate, spunem că modul respectiv este *omogen*. De exemplu, în vreme ce modurile (Amp & Asm/ Asp) și (Emp* & Asm/ Esp*) sunt omogene pentru că orice ocurență a aceluiași termen are aceeași calitate, modul (Emp* & Esm*/ Esp*) nu este omogen deoarece mediul este pozitiv în majoră și negativ în minoră. De asemenea, modurile *pozitive* sunt cele în care toate ocurențele termenilor sunt pozitive, cum este modul (Emp & Asm/ Esp) din figura 1. De bună seamă, orice mod pozitiv este omogen. Am obținut următoarea repartizare a modurilor valide între figurile silogistice:

Tabelul 12. Repartizarea modurilor valide

	Concluzie universală			Concluzie particulară		
	Moduri	Omogene	Pozitive	Moduri	Omogene	Pozitive
Figura 1	64	16	2	320	32	4
Figura 2	64	16	2	320	32	4
Figura 3	64	0	0	320	48	6
Figura 4	64	8	1	320	40	5

Pentru fiecare figură există 48 de moduri omogene și câte șase moduri pozitive. În primele două figuri, modurile omogene sau pozitive care au concluzie particulară ori universală sunt distribuite în același fel. În schimb, în figura a 3-a, nici unul dintre modurile care au concluzie universală nu este omogen. Modurile silogistice valide pozitive coincid cu modurile clasice.

BIBLIOGRAFIE

1. Botezatu Petre, „Sistemul relațiilor intepropoziționale”, *Analele Științifice ale Universității „Al. I. Cuza” din Iași*, 20, Filosofie, 1974, p. 53.
2. Carnap Rudolf, *Meaning and Necessity*, The University of Chicago Press, Chicago, 1988.
3. Didilescu Ion, Botezatu Petre, *Silogistica*, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1976.
4. Narița Ionel, „Intensional and Extensional Truth”, *Logos Architekton*, Cluj University Press, Cluj-Napoca, 1, 2011, p. 61.
5. Țuțugan Florea, „Cu privire la existența unor moduri silogistice valabile, altele decât cele ale logicii clasice”, *Probleme de logică*, Ed. Academiei RPR, 1956, p. 315.
6. Țuțugan Florea, *Silogistica judecăților de predicație*, Ed. Academiei RPR, București, 1957.
7. Vieru Sorin, *Axiomatizări și modele ale sistemelor silogistice*, Ed. Academiei RSR, București, 1975.