

PROBLEME ALE MATEMATICII ÎN „PROGRAMUL TIERGARTEN” AL LUI BERTRAND RUSSELL

CONSTANTIN STOENESCU

Facultatea de Filosofie, Universitatea din București

Abstract. The name “Tiergarten Programme” was given to Russell’s early philosophical project by Nicholas Griffin (1988) because it was conceived during a walk through the *Tiergarten* in Berlin. Russell’s plan was to develop a comprehensively Hegelian dialectic of the sciences, from mathematics to physiology, using the tools of dialectical logic and the metaphysical categories of the Absolute Spirit. Russell wrote a lot of notes about the new developments in Mathematics and Physics and he tried to put them in a neo-hegelian framework. The only completed work the *Essay on the Foundations of Geometry* (1897), which could be understood as an attempt to offer a new version of Kantian transcendentalism. My goal in this paper is to propose a reconstruction of these contributions and to point out their philosophical significance both in the context in which they were elaborated and in relation to Russell’s philosophical development.

Keywords: Bertrand Russell, “Tiergarten Programme”, foundations of mathematics, Hegelian dialectic, foundations of geometry, Kantian transcendentalism.

„TIERGARTEN PROGRAMME” ȘI SINTEZA DIALECTICĂ A ȘTIINȚELOR

După ce își încheie studiile în matematică și filosofie la Cambridge, tânărul Bertrand Russell se află în anul 1895 la Universitatea din Berlin, oraș în care, în timp ce se relaxa prin *Tiergarten*, așa cum își va reaminti ulterior, concepe proiectul filosofic la care urma să lucreze:

„Îmi aduc aminte de o dimineață de primăvară când mă plimbam în *Tiergarten* și plănuiam să scriu o serie de cărți de filosofie a științelor, devenind treptat din ce în ce mai concrete pe măsură ce treceam de la matematică la biologie; m-am gândit să scriu și o serie de cărți despre probleme sociale și politice, acestea devenind treptat din ce în ce mai abstracte. În cele din urmă, aș fi realizat o sinteză hegeliană într-o lucrare enciclopedică care s-ar fi ocupat în egală măsură de teorie și de practică. Schema îmi fusese inspirată de Hegel și, totuși, ceva din ea a supraviețuit în ciuda schimbărilor din propria mea filosofie. Momentul a avut o anumită importanță: încă pot, în memorie, să simt zgomotul zăpezii care se sfârâmă sub picioarele mele și să simt mirosul pământului umed care promitea sfârșitul iernii”¹. Nicholas Griffin,

¹ Bertrand Russell, „My Mental Development”, în Paul A. Schilpp (ed.), *The Philosophy of Bertrand Russell*, second printing, Evanston and Chicago, Northwestern University, 1946, p. 11.

pornind de acest fapt al imaginării programului filosofic într-un anumit loc, a propus denumirea „Tiergarten Programme”, intrată de acum în lexiconul istoricilor filosofiei analitice².

Proiectul unei sinteze unificate a științelor, deși de inspirație hegeliană, este cuplat de Russell cu o explorare metodologică de tip kantian menită să ducă la identificarea elementelor *a priori* proprii fiecărei științe. Drept urmare, în primul rând în cazul geometriei, Russell va revizui proiectul transcendentă kantian prin redefinirea intuițiilor pure ale sensibilității astfel încât să poată fi explicată posibilitatea geometriilor neeuclidiene. Deși s-a acreditat ideea că tânărul Russell a lucrat exclusiv în cadrele conceptuale ale schemei de gândire hegeliană, am argumentat într-un studiu anterior³ că, în *An Essay on the Foundations of Geometry*, problema fundamentelor matematicii îl duce spre proiectul transcendentă kantian și spre conceptul unei logici pure dezvoltat de Kant. Programul cadru este realizarea unei sinteze dialectice a științelor și este, indiscutabil, unul de inspirație hegeliană⁴, însă proiectul fundaționist al geometriei se bazează pe surse kantiene și anticipează o abordare de tip logicist.

Proiectul sintezei dialectice a științelor este configurat de Russell pornind de la teza hegeliană potrivit căreia adevărul este sistemul și de la teoria lui Bradley despre adevăr. Drept urmare, Russell vede în construcția unui sistem al științelor o sarcină teoretică primară a epistemologiei prin care, dacă este realizată, s-ar depăși incompletitudinea inerentă fiecărei științe particulare și s-ar ajunge la o descriere a lumii ca întreg. Asemenea lui Bradley, Russell consideră că numai o descriere cuprinzătoare a Absolutului și o sinteză dialectică pot duce la depășirea diverselor inconsistențe și contradicții care sunt inevitabile la nivelul oricărei științe particulare⁵.

Sinteza dialectică a științelor presupune trecerea de la o știință la alta și construirea unei ierarhii a științelor pentru ca în final să se ajungă la o concepție metafizică asupra lumii. Russell începe cu Geometria, ceea ce îl duce la analiza relației dintre spațiu și materie, de unde, după sesizarea anumitor antinomii, trece la analiza relației dintre materie și mișcare, moment de sinteză dialectică prin care Geometria este depășită în favoarea Cinematicii, înțelegând ca cercetare a mișcării materiei. Dar materia se mișcă întrucât este mișcată, ceea ce presupune analiza cauzalității în cadrul Dinamicii și deschiderea către o nouă dilemă filosofică generată de bifurcația între două înțelesuri ale corporalității, fie ca întindere, așa cum o concepe Descartes, fie în termenii forței, așa cum propune Leibniz. Russell va prefera teoria monadelor a lui Leibniz, ceea ce îl va duce în succesiune, prin altă

² Vezi Nicholas Griffin, „The Tiergarten Programme”, în *Russell: The Journal of Bertrand Russell Studies*, vol. 8, Issue 1, *Antinomies and Paradoxes: Studies in Russell's Early Philosophy*, The Bertrand Russell Research Centre, McMaster University, 1988, pp. 19–34.

³ Vezi Constantin Stoenescu, „Logicism și analiză logică în filosofia timpurie a lui Russell”, în *Probleme de logică*, volumul al XXV-lea, editori Mircea Dumitru, Marius Dobre, Viorel Vizureanu, Ștefan-Dominic Georgescu, București, Editura Academiei Române, 2022, pp. 53–67.

⁴ Pentru o cercetare a acestor aspecte, vezi Constantin Stoenescu, „Hegelianism rezidual și hegelianism retoric în scrierile de tinerețe ale lui Bertrand Russell”, în curs de apariție în *Revista de filosofie*.

⁵ Vezi Bertrand Russell, „Note on the Logic of the Sciences”, în *The Collected Papers of Bertrand Russell*, vol. 2, *Philosophical papers*, 1896–1899, eds.: Nicholas Griffin and Albert C. Lewis, London, Unwin Hyman, 1983, p. 5.

sinteză dialectică, în domeniul intenționalității, monadele fiind entități capabile de armonizare reciprocă, iar pornind de aici ne îndreptăm spre domeniul Psihologiei, acolo unde Russell întrerupe brusc șirul sintezelor dialectice prin care urca de la o știință la alta.

Așadar, la baza ierarhiei științelor particulare se află Geometria, confruntată ea însăși cu dificultăți pe care Russell își propune să le elimine printr-o nouă teorie asupra fundamentelor acesteia. Drept urmare, în plină derulare a proiectului sintezei dialectice a științelor, Russell are nevoie de consolidarea fundamentului întregului edificiu însuși, ceea ce va realiza sub imperativul unei urgențe teoretice în *Eseu asupra fundamentelor geometriei*, lucrare publicată în anul 1897⁶. Russell își propune explicit în această lucrare să ofere un răspuns la întrebarea cu privire la posibilitatea geometriei și să arate cum anume este aceasta posibilă.

FUNDAMENTELE GEOMETRIEI: DE LA HEGEL, ÎNAPOI LA KANT

O lectură sistematică, în scopuri filosofice⁷, a *Eseului asupra fundamentelor geometriei* poate consolida impresia inițială superficială potrivit căreia Russell încearcă să preia de la Kant metoda deducției transcendente pentru a o reformula prin reconstrucția ei bidimensională ca distincție între două căi de urmat, cea analitică și cea sintetică, într-un proiect fundaționist al oricărei științe. Dacă teoria kantiană cu privire la caracterul *a priori* al intuițiilor pure ale sensibilității este solidară cu o geometrie euclidiană și o teorie newtoniană a mișcării, atunci înseamnă că geometriile neeuclidiene reprezintă o dificultate care trebuie depășită. Russell propune ipoteza unei forme a exteriorității care are un caracter *a priori* și un grad de generalitate mai mare, astfel încât putem explica pe baza acesteia posibilitatea oricărei geometrii, urmând fie o cale analitică, prin identificarea axiomelor teoriilor luate în considerare, fie una sintetică, caz în care pornim de la forma exteriorității pentru a identifica postulatele care fac posibilă geometria.

Propunerile lui Russell sunt intuitive. Astfel, în cazul geometriei metrice, înțeleasă ca știință necesară care face posibilă măsurarea, vom considera că orice măsurare presupune această formă a exteriorității, un gen de reprezentare intrinsec spațială pe care mintea o are cu privire la ceea ce se află în afara ei, adică se află în relație de externalitate. De fapt, orice geometrie, metrică sau proiectivă, se bazează pe postulatul omogenității spațiului, adică fiecare parte a spațiului este intrinsec asemănătoare cu orice altă parte a spațiului. Acest postulat este echivalent cu principiul relativității poziției în spațiu, ceea ce înseamnă că poziția ocupată în spațiu de o figură geometrică nu este o caracteristică intrinsecă a figurii însăși, ci depinde

⁶ Vezi Bertrand Russell, *An Essay on the Foundations of Geometry*, Cambridge University Press, Cambridge, 1897.

⁷ Accentuez importanța unei asemenea lecturi filosofice, singura care dă validitate lucrării, pentru că din punct de vedere strict matematic, așa cum însuși Russell va recunoaște mai târziu, „Nu cred că a mai rămas ceva valabil din această primă carte.” (Bertrand Russell, *My Philosophical Development*, George Allen & Unwin, London, 1959, pp. 42–43). De fapt, Russell credea pe atunci că este imposibilă o teorie geometrică de felul celei care stă la baza teoriei relativității a lui Einstein.

exclusiv de relațiile dintre figuri. Argumentul merge mai departe luând o formă dialectică: geometria este posibilă prin ipostazierea spațiului relațional, dar această ipostaziere se poate face numai în afara geometriei, căci altfel am ajunge la o contradicție internă pentru că ar trebui să acordăm realitatea în cadrul geometriei la ceea ce are o natură pur relațională⁸. Altfel spus, Russell reduce spațiul la elemente materiale negeometrice, iar relațiile spațiale sunt între elemente non-spațiale. Așa trebuie să fie, pentru că altfel conceperea spațiului ar duce la antinomii interne geometriei. Numai Absolutul poate fi elementul autosubzistent și ireductibil⁹.

Încă un exemplu ne poate ajuta să înțelegem și mai bine tipul de neo-hegelianism exersat de Russell. Să considerăm axioma mobilității libere a corpurilor geometrice potrivit căreia figurile pot fi mutate arbitrar în spațiu fără a suferi o deformare. Dar dacă figurile sunt individualizate tocmai prin relațiile lor față de puncte și alte figuri, atunci este lipsit de sens să vorbim despre mutarea fără deformare a aceluiași figuri dintr-un loc în alt loc, de vreme ce relațiile dintr-un loc nu sunt identice sau analoage relațiilor din celălalt loc. Atunci, ce mutăm de fapt atunci când ne gândim la mutarea unei figuri geometrice? Evident, situația este complet diferită de mutarea unui obiect fizic, caz în care îl putem deforma sub acțiunea forțelor fizice. Ei bine, admite Russell, în geometrie mutăm fără să o deformăm o materie abstractă sau „geometrică”. Dar care este natura acestei materii? Ea nu este materie fizică, este altceva și mai puțin decât materia fizică, dar nici nu poate fi redusă la întindere, pentru că pe aceasta din urmă nu o putem defini altfel decât relațional¹⁰.

Russell ajunge astfel acolo unde își dorea, adică într-o încurcătură care cere o soluție dialectică. Geometria este corectă și își rezolvă problemele specifice atâta timp cât nu trecem dincolo de limitele ei. Încurcăturile apar atunci când derivăm din conceptele ei consecințe ultime de tip metafizic. Or, metafizica Absolutului, preluată de la Hegel prin Bradley, este nerelațională, pe când geometria cere o analiză în termeni de relații. Întrucât nu poate renunța (încă) la presupuzițiile metafizicii hegeliene, Russell iese din încurcătură tot cu ajutorul dialecticii: geometria nu este o teorie completă în sens metafizic și, de aceea, trebuie depășită printr-o sinteză dialectică. Nivelul următor îl reprezintă studiul mișcării, adică domeniul Cinematicii: „Avem deja materie și mișcare în geometria metrică: singura diferență este că în Geometrie noi studiem numai stările inițială și finală ale materiei în mișcare, nu procesul real al mișcării, de care se ocupă Cinematica”¹¹.

Așadar, pentru realizarea sintezei dialectice a științelor, Russell propune un demers hegelian, însă baza întregii ierarhii a științelor sau punctul de pornire în

⁸ Vezi Bertrand Russell, *An Essay on the Foundations of Geometry*, Cambridge, Cambridge University Press, 1897, p. 189.

⁹ Analog stau lucrurile și în cazul conceptibilității divizibilității la infinit. Pentru a fi măsurabile, mărimile spațiale sau întinderea trebuie să fie divizibile. Dar ceea ce este divizibil trebuie să aibă o natură substanțială, în timp ce întinderile sunt doar relații și prin aceasta, nici substanțiale și nici divizibile.

¹⁰ Vezi Bertrand Russell, *An Essay on the Foundations of Geometry*, paragrafele 71–73.

¹¹ Bertrand Russell, *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. 1: *Cambridge Essays, 1888–1899*, eds.: Kenneth Blackwell, Andrew Brink, Nicholas Griffin, Richard A. Rempel and John G. Slater, London, Allen & Unwin, 1983, p. 21.

spirala sintezei dialectice o reprezintă geometria, a cărei fundamentare îl duce pe Russell înapoi la proiectul transcendențial kantian al intuițiilor pure ale sensibilității, încercând, așa cum am precizat mai sus, să-l revizuiască. De fapt, Russell exprimă o nemulțumire comună față de ideile lui Kant din „Estetica Transcendențială”, apărută printre filosofi ca urmare a contribuțiilor lui Riemann cu privire la posibilitatea unei geometrii neeuclidiene. I se reproșează lui Kant că nu face distincție între geometria pură și geometria aplicată, în sensul distincției dintre cercetarea relațiilor logice formale dintre propozițiile unui sistem axiomatic, așa cum ar fi geometria euclidiană, ceea ce nu presupune niciun fel de apel la intuiții sau la alte experiențe, și aplicarea acestui sistem de axiome la lumea reală, caz în care vorbim despre o interpretare a sistemului de axiome. Poziția lui Russell este înțeleasă nuanțat de Michael Friedman¹²: deși acest reproș adresat lui Kant este nejustificat în privința utilizării distincției dintre geometria pură și geometria aplicată, întrucât este făcut din perspectiva unei concepții despre logică apărută abia odată cu Gottlob Frege, Russell are dreptate atunci când sesizează dificultățile legate de rolul intuițiilor pure ale sensibilității așa cum sunt concepute de Kant și admite că un raționament geometric nu trebuie să conțină elemente din afara logicii. Așa cum am arătat în studiul „Logicism și analiză logică în filosofia timpurie a lui Russell”¹³, în această cercetare a fundamentelor geometriei își află originea proiectul logicist dezvoltat ulterior de Russell, anticipat simptomatic de sesizarea dificultăților de nedepășit ale unei teorii fundamentale a geometriei care face apel la altceva decât elemente pur logice. Altfel spus, aflat într-o etapă hegeliană, Russell argumentează dialectic și sesizează că fundamentul geometriei, înțeleasă ca știință a spațiului, nu poate fi de aceeași natură cu experiența intuitivă a spațiului. Desigur, acea „formă a exteriorității” menționată mai sus nu este o soluție corectă a problemei, dar încercările sale de a concepe spațiul relațional și abstract duc în direcția cea bună¹⁴. De fapt, Russell va ajunge în curând la o teză logicistă explicită atunci când începe să lucreze la *Principiile matematicii* și va generaliza ceea ce credea inițial doar despre geometrie, atunci când a lucrat la *Eseu asupra fundamentelor geometriei*, la domeniul întregii matematici¹⁵. Ulterior, încercând să fixeze autenticitatea logicismului propus de Russell, Alberto Coffa va deosebi între un înțeles tradițional al logicismului, așa cum este cel presupus și de discuția kantiană despre logica pură, și un înțeles modern al acestuia, propus de Frege și dezvoltat de Russell, să-l numim „logicism condițional”, echivalent cu aserțiunea că logica este suficientă pentru a formula și a demonstra toate propozițiile matematicii pure¹⁶.

¹² Vezi Michael Friedman, „Kant's Theory of Geometry”, *The Philosophical Review*, Vol. 94, No. 4, 1985, pp. 455–506.

¹³ Vezi Constantin Stoenescu, „Logicism și analiză logică în filosofia timpurie a lui Russell”, pp. 53–67.

¹⁴ Desigur, un parcurs complet al discuției trebuie să ia în considerare contribuțiile ulterioare ale lui David Hilbert, în primul rând distincția dintre geometria teoretică și geometria fizică, precum și intervențiile ample asupra temei, pornind întotdeauna de la Kant, ale lui Rudolf Carnap, Moritz Schlick și Hans Reichenbach.

¹⁵ Vezi, în acest sens, paragraful 434, intitulat „Un raționament matematic nu cere niciun fel de elemente extra-logice” din *The Principles of Mathematics* (Bertrand Russell, *The Principles of Mathematics*, Cambridge, Cambridge University Press, 1903).

¹⁶ Vezi Alberto Coffa, „Russell and Kant”, *Synthese*, Vol. 46, No. 2, *Bertrand Russell's Early Philosophy*, Part II, 1981, pp. 247–263.

PLENITUDINEA MATERIEI ȘI PROBLEMA CONTINUUMULUI

Metafizica și dialectica hegeliană sunt pentru tânărul Russell cadrul conceptual în care el plasează nu doar discuția despre problemele filosofice ale fundamentelor diverselor științe, ci și orice interpretare a noilor rezultate ale cercetării științifice. Astfel, va ajunge la o teorie a plenitudinii materiei din perspectiva căreia va deriva și va explora alte probleme, inclusiv problema matematică a continuumului. Voi încerca o reconstrucție sistematică a acestui parcurs descris ulterior de Russell astfel: „Teoria mea asupra geometriei a fost în principal una kantiană, dar după aceea am plonjat cu toate eforturile în dialectica hegeliană”¹⁷.

Proiectul fundamentării geometriei, plasat în contextul hegelian al sintezei dialectice a științelor, îl ducea pe Russell în mod necesar, în raport cu logica dialectică, spre o teorie a materiei și a mișcării, ceea ce, în ordinea ierarhică a sintezei dialectice, presupunea trecerea de la geometrie la fizică. Pașii hegelieni propuși de Russell sunt intuitivi: conceptul de număr, definit drept noțiunea fundamentală a aritmeticii, presupune ideea de măsurabilitate, de unde trecerea la geometrie, pentru că spațiul este măsurabil și poate fi dat nemijlocit în senzație. Dar pentru a măsura trebuie să localizăm obiectele în spațiu, să măsurăm distanțele dintre ele, de unde ajungem inevitabil la problemele identificării a ceea ce poate fi localizat în spațiu și a ceea ce își schimbă poziția în spațiu (dat fiind că poziția însăși, prin definiție, nu se poate mișca), adică la probleme materiei și a mișcării acesteia, deci la fizică.

Inițial, Russell crede că materia constă din atomi separați de spațiul gol dintre ei și adoptă teoria lui Boscovich a atomilor punctiformi care interacționează de la distanță, asemenea corpurilor din fizica lui Newton care interacționează gravitațional. Așa după cum își reamintește ulterior¹⁸, Russell a abandonat teoria atomilor punctiformi influențat direct de Alfred Whitehead, cel care l-a pus la curent cu cercetările experimentale ale lui Faraday și lucrările lui Maxwell și a început să ia în considerare ca alternativă teoria materiei ca plenitudine. Episodul este descris astfel din punct de vedere filosofic: „Când am adoptat viziunea mai modernă, i-am dat o formă hegeliană și am reprezentat-o ca trecerea dialectică de la Leibniz la Spinoza, permițându-mi astfel să accept că ceea ce am considerat ordinea logică prevalează asupra celei cronologice”¹⁹.

Russell face mai multe însemnări cu privire la motivele adoptării și la speranțele pe care și le punea în teoria materiei ca plenitudine²⁰. Russell spera că teoria materiei ca plenitudine îl va ajuta să depășească antinomia mișcării absolute. Acesta este construită astfel:

1. Materia este ceea ce se mișcă și este mișcat de altă materie.
2. Mișcarea unui corp material constă în schimbarea relației spațiale cu un alt corp material.

¹⁷ Bertrand Russell, *My Philosophical Development*, ed. cit., p. 40.

¹⁸ *Ibidem*, pp. 42–43.

¹⁹ *Ibidem*, p. 43.

²⁰ Vezi Bertrand Russell, „Various Notes on Mathematical Philosophy”, în *The Collected Papers of Bertrand Russell*, vol. 2, *Philosophical papers, 1896–1899*, eds.: Nicholas Griffin and Albert C. Lewis, London, Unwin Hyman, 1983, vezi în special pp. 21–23.

3. Schimbarea relației spațiale dintre două corpuri materiale poate fi măsurată numai în raport cu o relație neschimbătoare dintre corpuri.

4. Nu putem ști dacă două corpuri materiale au relații spațiale neschimbate decât dacă sunt în relații dinamice între și în raport cu orice alt corp material.

5. Dar chiar asemenea relații, așa cum am afirmat în propoziția 1, constituie definiția materiei.

Dacă acceptăm premisele acestui raționament și că acesta este corect construit din punct de vedere logic, atunci din el derivă următoarele consecințe:

1. Nu poate fi măsurată nicio schimbare a relațiilor spațiale.

2. Mișcarea nu poate fi măsurată, de unde rezultă că nici materia și nici forța nu sunt măsurabile.

3. Relativitatea materiei duce la o contradicție din care rezultă că Dinamica nu poate fi întemeiată dialectic.

4. Materia și mișcarea nu pot constitui o lume necontradictorie, de unde rezultă că acestea nu pot constitui Realitatea.

Aceasta înseamnă că un concept relațional al materiei duce la un regres la infinit în spațiu, pe când cauzalitatea ducea la un regres la infinit în timp. Antinomia descrisă mai sus apare atunci când pornim de la postulatul că materia este cauza mișcării. Dar teza materiei ca plenitudine se confruntă și cu problema individuației, una în care teoria lui Bradley a Absolutului se încurcase. Tocmai de aceea, conștient de dificultăți, Russell caută o materie non-spațială sau cu proprietăți non-spațiale care să fie invariantă și distribuită omogen. Acesta este conceptul materiei ca plenitudine, mișcare filosofică în care Russell recunoaște reîntoarcerea la Spinoza, adică negarea diversității substanțiale a Absolutului²¹.

Dar dacă materia este pretutindeni, atunci cum mai putem spune despre ea că se mișcă dintr-un loc în altul? Russell caută o soluție în nota „Motion in a Plenum”²². Explicația constă în identificarea unor proprietăți eterogene, non-spațiale ale materiei și luarea în considerare a distribuției spațiale a acestor proprietăți. Astfel, am putea considera o anumită proprietate care are o anumită intensitate în funcție de poziția spațială. Dar care anume este această proprietate care ne-ar permite să explicăm cum anume este posibilă mișcarea *in plenum*, Russell nu riscă să se pronunțe, deși o asemenea ipoteză nu l-ar costa nimic ca metafizician. Pe de altă parte, lui Russell îi rămâne și ipoteza că materia ca întreg este externă oricărei forțe, ipoteză pe care nu o mai pune însă la lucru pentru că teoriile noi din fizică îi dovedeau că, dimpotrivă, așa cum arătase Maxwell prin teoria electromagnetismului, forțele sunt inerente materiei.

Teoria materiei ca plenitudine îl păstrează pe Russell în vecinătatea problemei continuumului pe care o sesizase deja în geometrie în legătură cu divizibilitatea la infinit, dar și în legătură cu calculul infinitezimal. Tânărul Russell privește dialectic și problema continuumului și consideră că aceasta este spațiul teoretic al apariției antinomiei dintre număr, care este discret, și cantitate, care este continuă. Așa după

²¹ *Ibidem*, p. 22.

²² Vezi Bertrand Russell, „Motion in a Plenum”, în *The Collected Papers of Bertrand Russell*, vol. 2, *Philosophical papers, 1896–1899*, vezi pp. 89–90.

cum mărturisește ulterior într-o scrisoare către Philip Jourdain²³, Russell a aflat despre cercetările de aritmetică transfinită ale lui Georg Cantor prin intermediul lucrării lui Arthur Hannequin, *Essai critique sur l'hypothèse des atomes dans la science contemporaine*, publicată la Paris în anul 1895. Russell preia obiecțiile formulate de Hannequin și adaugă altele care derivă din folosirea dialecticii hegeliene. Astfel, tânărul Russell va considera inițial că încercarea teoretică a lui Cantor duce la o creștere inadmisibilă a domeniului numeric și duce la un eșec în privința depășirii antinomiei dintre număr și cantitate. De fapt, continuumul este tratat ca și cum ar fi discret, ceea ce arată că metoda finitistă stă la baza tuturor operațiilor matematice asupra continuumului²⁴.

Russell îl prelucrează dialectic pe Hannequin și scrie nota „On the Relations of Number and Quantity” pe care o va considera mai târziu o mostră de „Hegel nealterat”²⁵. Russell, după ce face un scurt recurs istoric în care apreciază că problema continuumului duce înapoi până la Hume și Kant, promite o analiză pur logică a relației dintre număr și cantitate. Redau *in extenso*, așa cum preferă să o facă și Russell ulterior, acest argument care exemplifică cel mai bine perspectiva hegeliană din care Russell aborda problemele matematicii:

„Argumentul meu este următorul. În primul rând, voi discuta despre număr și voi arăta că extensiile acestuia dincolo de numerele întregi pozitive rezultă dintr-o absorbție treptată a proprietăților unității și dau o informație care descrește treptat cu privire la întreg. Apoi voi discuta aplicarea numărului asupra continuumului și mă voi strădui să arăt că numărul în sine nu oferă nicio informație cu privire la cantitate, ci doar o comparație cu o unitate deja cantitativă. Prin urmare, se pare că cantitatea trebuie căutată într-o analiză a unității. Presupunând că cantitatea este o proprietate intrinsecă a cantităților, voi discuta două ipoteze. Prima privește cantitatea ca pe o categorie ireductibilă, a doua o consideră drept un dat senzorial imediat. Dacă luăm în considerare prima ipoteză, vom vedea că cantitățile întinse devin contradictorii prin divizibilitatea lor și trebuie luate ca fiind cu adevărat indivizibile și unitare. Dar cantitatea unitară, după cum se pare, dacă este o proprietate intrinsecă a cantităților unitare, trebuie să fie și o simplă relație între ele. Prin urmare, va trebui respinsă ipoteza că cantitatea este o categorie care redă o proprietate intrinsecă. De asemenea, vom constata că și ipoteza conform căreia cantitatea este un dat senzorial duce la o contradicție. Așadar, vom fi obligați să respingem părerea potrivit căreia cantitatea este o proprietate intrinsecă a cantităților. O vom considera, în schimb, o categorie comparativă: vom spune că nu există nici o proprietate comună a lucrurilor care pot fi tratate cantitativ, cu excepția a ceea ce este presupus de proprietatea externă că există și alte lucruri similare calitativ cu care pot fi comparate cantitativ. În consecință, cantitatea se va transforma în măsurare, în sensul cel mai larg, iar o dată cu aceasta, cred eu, dificultățile noastre anterioare

²³ Scrisoarea este datată 9 septembrie 1917. Vezi Ivor Grattan-Guinness, *Dear Russell—Dear Jourdain: a Commentary on Russell's Logic, Based on His Correspondence with Philip Jourdain*, London, Duckworth, 1977, pp. 143–144.

²⁴ Vezi Bertrand Russell, *The Collected Papers of Bertrand Russell*, vol. 2, *Philosophical papers, 1896–1899*, vezi în special p. 37.

²⁵ Bertrand Russell, *My Philosophical Development*, p. 40.

vor înceta. Dar, în același timp, orice legătură cu numărul va înceta – cantitatea sau măsurarea, vom spune, presupun o concepție complet independentă de număr asupra comparației. Dar o discuție despre tipul de comparație implicat în măsurare va aduce înapoi dificultățile noastre anterioare într-o formă nouă: vom constata că termenii comparați, deși nu-i mai considerăm cantitativi, sunt infectați cu contradicții asemănătoare celor pe care (...) le-am atribuit cantității însăși. Voi concluziona că cantitatea este aplicabilă numai claselor de date imediate, reale și posibile, iar nu lucrurilor materiale în sens tare.”²⁶

Cum explicăm interesul istoric renăscut pentru aceste articole de tinerețe ale lui Russell? Dincolo de aspectele pur istorice, odată cu creșterea interesului pentru teoria argumentării, dar și ca urmare a diversificării preocupărilor din domeniul filosofiei matematice, aceste texte ale lui Russell au atras prin modul în care problemele sunt formulate și discutate într-un cadru conceptual specific, acela al dialecticii hegeliene. Drept urmare, actualitatea filosofică a acestor texte stă, s-ar putea spune, tocmai în caducitatea lor. Dar mai înainte de toate este neîndoielnic că o reconstrucție istorică aduce în față o gândire vie și creativă care are conștiința parcursului unui proiect filosofic și a propriilor erori. Încerc în paragraful următor o asemenea punere în scenă.

O SITUAȚIE HEGELIANĂ ȘI TRIBULAȚIILE PROBLEMEI CONTINUUMULUI

Să începem analiza de caz cu un articol, „On Some Difficulties of Continuous Quantity”²⁷, pe care Russell l-a scris în anul 1896 pentru revista *Mind*, dar care a fost respins chiar și după revizuire. Totuși, articolul merită să fie explorat. Russell propune elucidarea naturii continuumului pornind de la aplicarea calculului numeric și descoperă o situație contradictorie similară cu problema plenitudinii materiei. Pe de o parte, baza numerației o reprezintă identitatea calitativă a unităților care sunt numărate, ceea ce înseamnă că, de vreme ce unitățile sunt similare, putem vorbi despre omogenitate ca o proprietate a continuumului. Pe de altă parte, continuumul nu poate fi redus la o serie de unități omogene calitativ, pentru că, dacă avem unități, atunci nu mai avem un continuum. Ca și în cazul plenitudinii materiei, descoperă Russell, continuumul trebuie să fie deopotrivă omogen calitativ și diferențiat în unități pentru a fi numărabil (măsurabil). Aceasta este o situație contradictorie tipic hegeliană în care pornim de la premisa că un continuum este omogen, dar numărarea este posibilă tocmai pentru că este posibilă diferențierea în părți a continuumului:

O cantitate continuă poate fi măsurată prin comparare cu unitatea.

Dar unitatea este finită.

²⁶ Am redat acest fragment așa cum este reprodus în Bertrand Russell, *My Philosophical Development*, pp. 40–41. Deși Russell menționează una dintre reacțiile favorabile față de acest text atunci când a fost publicat, aceea a lui Couturat, cel care l-a descris ca un „petit chef d’œuvre de dialectique subtile”, îl va considera „gunoi absolut” șaiszeci de ani mai târziu.

²⁷ Vezi Bertrand Russell, „On Some Difficulties of Continuous Quantity”, în *The Collected Papers of Bertrand Russell*, vol. 2, *Philosophical papers, 1896–1899*, pp. 46–58.

Continuumul este infinit divizibil.

De aici rezultă că este improbabil ca o parte aleasă arbitrar dintr-un continuum să fie măsurată exact de unitate²⁸.

Să explicăm. În cazul unei numărări a lucrurilor discrete nu avem nicio problemă. Selectăm un concept al unui lucru, să zicem „măr”, apoi numărăm instanțele conceptului, părțile sau unitățile și aflăm câte mere se află într-un coș ca întreg. Numărul reprezintă un raport între un concept și instanțele sale. În cazul unui continuum, însă, alegem unitatea în mod arbitrar, iar numărul, care de această dată măsoară o cantitate continuă, exprimă un raport între unitate și cantitate. Dar apare o problemă pentru că nu avem nicio garanție că o unitate finită va măsura exact cantitatea continuă. De aceea, pentru a obține o măsurare exactă va trebui să alegem o unitate infinitezimală. Astfel, prin calculul diferențial, neutralizăm dificultățile numărării în cazul continuumului, prețul plătit fiind reîntoarcerea la atomism.

Obiecții asemănătoare celor care vizează calculul diferențial și integral sunt îndreptate și împotriva ideii lui Cantor de numere ordinare transfinită. A admite un asemenea număr înseamnă să acceptăm un număr mai mare decât orice alt număr acceptabil, de unde rezultă că nu avem niciun temei pentru o aritmetică transfinită: „Căci faptul că niciun număr natural nu este cel mai mare de acest gen, se deduce din faptul că numerele naturale continuă pentru totdeauna; cum, atunci, în pasul următor, cereți un număr care va fi mai mare decât oricare dintre aceste serii nesfârșite? Când o serie nu are o limită superioară, chiar și matematicianul va ezita să vorbească despre ceva mai mare decât cel de la limita de sus”²⁹.

Prin urmare, din perspectiva lui Russell, teoria lui Cantor poate fi considerată drept o dovadă că numerele au un caracter discret și că nu sunt suficiente pentru a compara oricare două părți discrete ale continuumului. Rezultă că conceptul continuumului este autocontradictoriu întrucât pentru a-l face inteligibil trebuie să fie conceptualizat în termenii unor categorii ale discretului și dacă îl privim astfel, ajungem la contradicții de nedepășit. Continuumul nu poate fi înțeles matematic și, mai mult decât atât, nu poate fi înțeles în niciun fel.

Continuumul generează contradicții și dacă îl privim în termenii relației dintre parte și întreg. Încercarea de a găsi părți duce la conceptul matematic de zero, iar încercarea de a prinde conceptual întregul duce la conceptul matematic de infinit. După Russell, ambele noțiuni sunt contradictorii: conceptul de zero presupune o mărime care nu conține nicio cantitate, pe când conceptul de infinit este similar celui al unui întreg obținut printr-un proces de sinteză care nu este niciodată complet³⁰. Diagnosticul dat de Russell este că toate aceste contradicții țin de natura continuumului și nu apar doar ca urmare a aplicării unor concepte numerice.

Așa cum sugerează și Griffin³¹, Russell va continua să fie preocupat de problema relației dintre parte și întreg și după revolta sa împotriva idealismului și

²⁸ *Ibidem*, p. 49.

²⁹ *Ibidem*, p. 52.

³⁰ *Ibidem*, p. 57.

³¹ Nicholas Griffin, „The Tiergarten Programme”, în *Russell: The Journal of Bertrand Russell Studies*, Vol. 8, Issue 1, *Antinomies and Paradoxes: Studies in Russell's Early Philosophy*, The Bertrand Russell Research Centre, McMaster University, 1988, p. 33.

despărțirea de Hegel. Astfel, doctrina relațiilor interne va fi dezvoltată într-un cadru conceptual care este împrumutat de la Bradley și îi va permite să discute despre problema continuumului dintr-o perspectivă de maximă generalitate. Dacă orice relație este întemeiată pe proprietățile intrinseci ale membrilor relației, atunci înseamnă că diferența dintre *relata* este dată de proprietățile lor intrinseci. Dar dacă părțile sunt omogene prin definiție, atunci ele nu pot avea proprietățile intrinseci necesare unei relații deoarece, ca părți ale continuumului, ele sunt identice. În general, vom considera că nicio mulțime de elemente, chiar dacă ele sunt finite ca mărime și număr, nu poate forma un întreg dacă elementele sunt omogene. Doctrina relațiilor interne va fi ultima la care va renunța la ieșirea din intervalul „Programului Tiergarten”, dar problema relației dintre parte și întreg va rămâne una la care se va întoarce cât de curând, inclusiv pentru analiza relațiilor dintre mulțimi și a posibilelor antinomii. Este neîndoielnic că un „hegelianism rezidual” îl va marca și îl va ghida pe termen lung.

EPILOG. PREGĂTIREA MATEMATICĂ A LUI RUSSELL

În tot acest interval al „Programului Tiergarten” și al scrierii articolelor menționate, Russell, în special după ce află de teoria lui Cantor prin intermediul lui Hannequin, devine din ce în ce mai preocupat de noutățile din matematică și este la zi cu contribuțiile lui Dedekind și Couturat despre numerele iraționale și, respectiv, infinitul matematic. Ceea ce surprinde este însă faptul că Russell nu le apreciază la justa lor valoare și, deși scrie despre ele într-o recenzie la Couturat și în articolele „On Quantity” și „An Analysis of Mathematical Reasoning” din anul 1898, preferă să rămână tot la strategia sa de identificare a unor situații hegeliene. Inerția sa este puternică și poate fi regăsită și în perioada imediat următoare, aceea a anilor 1899–1900, atunci când începuse să lucreze la *Principiile matematicii*. Cu toate acestea, ceea ce prevalează este dorința continuă de perfecționare, efortul său de a fi în permanență conectat la surse de prim nivel și disponibilitatea de a-și revizui părerile, chiar de a renunța la cele care se dovedesc a fi neîntemeiate. Russell se află într-un proces tenace de educare și re-educare în domeniul matematicii³², iar lucrările sale de logică și filosofie sunt o expresie a acestei puternice formări matematice.

Schimbarea radicală se produce după ce, împreună cu G. E. Moore, Russell renunță programatic la hegelianism și se dedică, în parteneriat cu Alfred Whitehead, logicii formale. Totuși, cred că se poate susține că un „hegelianism rezidual” l-a ghidat discret în cercetare, bunăoară, în încercările sale de a deriva logic consecințe antinomice ale unor teorii. Este și acesta un filon care merită explorat.

Pe măsură ce va aprofunda logica matematică, Russell va reveni la multe dintre temele abordate în scrierile din timpul „Programului Tiergarten” și le va discuta dintr-o nouă perspectivă filosofică logicistă și pe baza unei cunoașteri avansate a

³² Pentru o prezentare pe larg a tuturor acestor aspecte, vezi Nicholas Griffin, Albert C. Lewis, „Bertrand Russell’s Mathematical Education”, în *Notes and Records of the Royal Society of London*, Vol. 44, No. 1, 1990, pp. 51–71.

matematicii. Totuși, pe coperta cărții sale *Introduction to Mathematical Philosophy*³³, va preciza: „această carte se adresează celor care nu au avut anterior un contact nemijlocit cu temele care sunt tratate și nu cere mai multă cunoaștere a matematicii decât aceea dobândită în școala primară sau chiar la Eton”. Regăsim în această remarcă și recunoașterea drumului pe care el însuși l-a parcurs, începând cu „Programul Tiergarten”. De fapt, Russell nu a avut niciodată pretenția că este matematician, dar a încercat întotdeauna, încă de la începuturile sale la Cambridge, să își actualizeze educația matematică și se poate spune că metamorfozele sale filosofice au fost influențate și de progresele din matematică.

³³ Vezi Bertrand Russell, *Introduction to Mathematical Philosophy*, George Allen & Unwin, The Macmillan Co., London, New York, 1919.