MATEMATISM SAU LOGICISM? KANT ȘI FREGE

IOAN BIRIȘ

Universitatea de Vest din Timișoara

MATHEMATISM OR LOGICISM? KANT AND FREGE

Abstract. The present study tries to answer some questions considered essential for clarifying the relations between Kant's and Frege's conceptions of logic. Do the two great thinkers understand logic in the same sense? Why must Kant's intuitionism be rejected? Does Frege's logicism imply the rejection of Kant's mathematism? Was Frege's Logicism really a Failure?

Keywords: logic; mathematism; logicism.

În rândurile de față ne interesează, pentru început, îndeosebi concepția lui Kant despre tipologia propozițiilor, apoi raportarea lui Frege la logica lui Kant și, respectiv, implicațiile cu privire la contrastul dintre demersurile constructive și cele neconstructive ale noțiunilor. Cum se știe, sistemul de gândire al lui Kant s-a născut ca reacție la tradiția raționalistă, reprezentată mai ales de Leibniz, și la tradiția empiristă, ilustrată în principal de către Hume. Dar și o tradiție, și cealaltă împart propozițiile cu care operăm în procesul cunoașterii în două mari clase, care sunt simultan exclusive și exhaustive[1]: propoziții analitice și propoziții factuale. Atât pentru Leibniz, cât și pentru Hume, propozițiile analitice sunt acelea a căror negație este contradictorie, iar propozițiile factuale sunt cele marcate empiric.

1. DESPRE TIPOLOGIA PROPOZIȚIILOR ÎN CONCEPȚIA LUI KANT

În sistemul filosofic kantian, dualitatea propozițiilor moștenită de la raționalismul modern și de la empirism va fi înlocuită cu o tipologie mult mai complicată. În ceea ce privește prima categorie, aceea a propozițiilor analitice, aceasta „coincide cu propozițiile analitice ale lui Hume și Leibniz"[2]. Categoria opusă propozițiilor analitice nu este însă aceea a propozițiilor factuale, va considera Kant,

[1] Vezi și Stephan Körner, *Introducere în filosofia matematicii*, traducere de Al. Giuculescu, București, Editura Științifică, 1965, p. 34.

[2] *Ibidem*, p. 35.

ci categoria numită a propozițiilor sintetice. Iar aceasta din urmă, argumentează filosoful german, se împarte, la rândul ei, în alte două categorii: propoziții sintetice *a priori*, adică propoziții necesare și care sunt independente de percepțiile senzoriale; propoziții sintetice *a posteriori*, dependente de percepțiile senzoriale.

Și când e vorba de cunoașterea *a priori*, Kant se arată convins că matematica e cel mai bun exemplu, așa cum subliniază încă din „Introducerea" la *Critica rațiunii pure*:

> Matematica ne dă un strălucit exemplu cât de departe putem ajunge în cunoașterea a priori, independent de experiență. E drept că ea se ocupă cu obiecte și cunoașteri numai întrucât acestea pot fi reprezentate în intuiție. Dar această împrejurare e lesne trecută cu vederea, fiindcă amintita intuiție însăși poate fi dată a priori, prin urmare abia se distinge de un simplu concept pur[3].

Așadar, pornind de la exemplul judecăților matematice, în viziunea lui Kant trebuie să distingem mai întâi între judecățile analitice și cele sintetice, specific pentru primul tip fiind faptul că în aceste judecăți predicatul este cuprins în conceptul subiectului, adică legătura dintre predicat și subiect este gândită prin identitate; în schimb, în cazul judecăților sintetice, conceptul predicatului se află în afara conceptului subiectului, legătura dintre ele fiind gândită fără identitate. Judecățile analitice, acceptă Kant, le mai putem numi și „judecăți explicative", iar pe cele sintetice „judecăți extensive". De pildă, spune Kant[4], judecata „toate corpurile sunt întinse" este una analitică, întrucât, în acest caz trebuie doar să descompunem conceptul de „corp" și vom da și peste predicatul „întinderii". Însă judecata „toate corpurile sunt grele" nu mai este analitică, dimpotrivă, este o judecată sintetică, deoarece predicatul „greu" nu este cuprins în conceptul „corp" în genere, ci este ceva adăugat.

Dar, cum se poate observa și din citatul dat mai sus, lucrurile se complică prin intervenția intuiției. Dacă „toate judecățile matematice sunt sintetice"[5] și dacă întreaga știință a naturii „cuprinde, ca principii, judecăți sintetice a priori", iar metafizica, la rândul ei, trebuie să conțină în mod obligatoriu „cunoștințe sintetice a priori"[6], atunci, crede Kant, așa după cum nota în prima ediție a *Criticii rațiunii pure*, întâlnim aici un „anumit mister"[7], anume „principiul posibilității judecăților sintetice a priori". Iar acest „mister" vine dinspre matematici, căci „judecățile matematice autentice sunt totdeauna judecăți a priori"[8]. Și sunt „a priori" întrucât conțin în ele necesitate, argumentează Kant, necesitate care n-are cum să fie scoasă din experiență.

Ajuns în acest punct, filosoful german ne oferă celebrul exemplu al judecății matematice „7 + 5", judecată ce, la o primă privire, ar părea una analitică, dar – ne

---

[3] Immanuel Kant, *Critica rațiunii pure*, traducere de Nicolae Bagdasar și Elena Moisuc, București, Editura Științifică, 1969, p. 47.

[4] *Ibidem*, p. 49.

[5] *Ibidem*, p. 51.

[6] *Ibidem*, p. 54.

[7] *Ibidem*, p. 51.

[8] *Ibidem*, p. 52.

avertizează Kant – trebuie să observăm că noțiunea de sumă a lui 7 cu 5 nu conține nimic altceva decât unirea respectivelor numere într-unul singur, fără să gândim conceptul de doisprezece. Scurt spus, conceptul de sumă a lui 7 cu 5 nu conține decât unirea celor două numere, în niciun caz conceptul de 12. Iată acum argumentația lui Kant în favoarea intuiției:

> Trebuie să depășim aceste concepte, luând în ajutor intuiția care corespunde unuia din cele două concepte, de exemplu cele cinci degete ale mâinii noastre sau (ca Segner în aritmetica lui) cinci puncte și adăugând astfel una câte una unitățile lui cinci date în intuiție la conceptul de șapte... Că 5 *trebuia* să fie adăugat la 7 am gândit, ce-i drept, în conceptul de sumă: 7 + 5, dar nu că această sumă este egală cu numărul 12. Judecata aritmetică este deci totdeauna sintetică, convingându-ne de acest lucru cu atât mai clar când luăm numere ceva mai mari, căci atunci este evident că, oricum am învârti și răsuci conceptele noastre, nu am putea niciodată găsi suma cu ajutorul simplei analize a conceptelor noastre, fără a recurge la intuiție[9].

Mesajul lui Kant este acela că judecățile matematice sunt și sintetice, și a priori, ceea ce, așa cum el însuși recunoștea, pare ceva destul de „misterios". Căci e greu de înțeles de ce un principiu sau o judecată de tip a priori are nevoie și de intuiție, de intuiția celor cinci degete, ca în exemplul citat. Dar, în viziunea lui Kant, gândurile noastre nu pot avea niciun conținut dacă nu sunt puse în raport cu intuiția. Numai că intuiția este de natură empirică atunci când raportarea gândului la un obiect se face cu ajutorul senzațiilor. Avem însă și o intuiție pură (în sens transcendental), adică o intuiție în care nu mai găsim nimic „care să aparțină senzației"[10]. De exemplu, ne spune Kant, dacă din reprezentarea de „corp" îndepărtăm tot ce aparține senzației (duritate, culoare etc.), atunci ne mai rămân întinderea și figura, care aparțin intuiției pure și care au loc în mod a priori în sensibilitatea noastră. Știința despre principiile sensibilității a priori va fi numită de către Kant estetică transcendentală, iar știința despre principiile gândirii pure va fi numită logică transcendentală.

Iar principiile (adică acele propoziții „a căror certitudine nemijlocită este *a priori*"[11] și au rol de începuturi), ne va spune Kant în *Logica* sa, pot fi și ele de două feluri: principii intuitive și principii discursive (§35). Cele intuitive (care pot fi reprezentate în intuiție) sunt numite și *axiome* (*axiomata*), iar cele discursive (care pot fi exprimate numai prin concepte) se mai numesc, după tradiție, și *acroame* (*acroamata*) (în § 119, din *Logica* sa, Kant precizând că metoda acroamatică este metoda prin care cineva învață singur, spre deosebire de metoda erotematică, în care se procedează prin întrebări, fie dialogic, adică socratic, atunci când întrebările sunt adresate intelectului, fie catehetic, când întrebările sunt adresate memoriei). Cu precizarea că, din moment ce axiomele sunt intuitive, rezultă că ele sunt legate de judecata perceptuală și, deci, de structura percepției, pe când principiile discursive (acroamele) sunt legate de funcția de ordonare a noțiunilor (orice noțiune putându-se aplica gradual în direcția genului suprem sau, invers, în direcția individului, § 16).

---

[9] *Ibidem*, p. 53.

[10] *Ibidem*, p. 66.

[11] Immanuel Kant, *Logica generală*, ediție revăzută, traducere de Alexandru Surdu, București, Editura Trei, 1996, p. 166.

Ajungem, astfel, în complexul sistem al lui Kant, la următorul tablou al principiilor intelectului pur[12]:

1

Axiome ale intuiției

2

Anticipații ale percepției

3

Analogii ale experienței

4

Postulate ale gândirii empirice în genere

Imediat după ce ne oferă acest tablou, Kant ține să sublinieze că a ales cu grijă aceste denumiri, tocmai pentru a putea evidenția diferențele atunci când procedăm la aplicarea respectivelor principii. Căci, dacă ținem seamă de tabelul categoriilor (1 – ale cantității; 2 – ale calității; 3 – ale relației; 4 – ale modalității), atunci – chiar dacă toate „sunt susceptibile de o certitudine perfectă" – primele două (ale cantității și calității) sunt de natură intuitivă, adică e vorba de principii *matematice*, iar ultimele două (ale relației și modalității) sunt de natură discursivă, pe care Kant le numește principii *dinamice*.

Când e vorba să trecem la judecăți, Kant își dă seama că aplicarea categoriilor la fenomene și subsumarea intuițiilor empirice la concepte devin operații imposibile, întrucât conceptele pure și intuițiile empirice sunt „cu totul eterogene"[13]. Soluția ar fi, propune Kant, un al treilea termen, o reprezentare intermediară care să aibă simultan o parte intelectuală și o parte sensibilă. Această reprezentare este numită, în terminologia kantiană, drept o *schemă transcendentală*. Deși schema e un produs al imaginației, ea trebuie deosebită de imagine, atenționează Kant, pentru că, de exemplu, dacă punem cinci puncte unele după altele, vom avea o imagine a numărului cinci, dar schema e mai degrabă reprezentarea unei metode, ea, schema, existând numai în gândire. Lucrurile nu sunt atât de clare pe cât ne-am dori, recunoaște Kant, deoarece „acest schematism al intelectului nostru cu privire la fenomene și simpla lor formă este o artă ascunsă în adâncimile sufletului omenesc, al cărui adevărat mecanism cu greu îl vom putea smulge vreodată naturii și să-i dezvăluim secretul"[14].

2. LOGICA SAU „LOGICILE" LUI KANT?

Atâta vreme cât procesul nostru de cunoaștere nu poate funcționa fără intuiții, iar schematismul intelectului, de care tocmai am amintit, este ascuns în profunzimile sufletului și, în plus, „toate intuițiile, ca sensibile, se întemeiază pe afecțiuni"[15], chiar

---

[12] Immanuel Kant, *Critica rațiunii pure*, p. 189.
[13] *Ibidem*, p. 170.
[14] *Ibidem*, p. 174.
[15] *Ibidem*, p. 102.

dacă noțiunile se întemeiază pe funcții, logica lui Kant rămâne puternic impregnată de psihologie. Căci, așa cum remarcă și Alexandru Surdu[16], „identificarea noțiunii cu reprezentarea este o caracteristică psihologistă proprie Școlii wolffiene în genere".

Încercând să caracterizeze știința logicii încă din primele pagini ale manualului său, Kant apreciază că: 1) logica trebuie considerată „ca fundament al tuturor celorlalte științe, ca *propedeutică* a oricărei aplicări a intelectului"[17]; 2) logica generală nu poate fi „organ al științelor" (deși în sensul ei de acord al cunoștințelor în genere cu forma intelectului, logica poate fi numită și *organon*), în schimb matematica este „un excelent *Organon*"; 3) înțeleasă ca știință a legilor necesare ale gândirii, logica este un *canon*, calitate în care nu poate împrumuta niciun principiu de la alte științe sau din experiență, ci trebuie să conțină „numai legi *a priori* necesare și proprii intelectului în genere"[18]; 4) logica este o știință rațională în virtutea *formei pure*, nu în raport cu materia, cu obiectele; 5) este o *doctrină* sau o teorie *demonstrată*, prin „doctrină" înțelegându-se „o învățătură dogmatică bazată pe principii *a priori*"[19]. În consecință, în concepția lui Kant, logica trebuie definită astfel:

> Logica este o știință a rațiunii referitoare nu la materie, ci la forma pură; o știință a priori despre legile necesare ale gândirii, dar nu cu privire la obiectele particulare, ci la toate obiectele în genere; deci o știință a aplicării corecte a intelectului și a rațiunii în genere, dar nu în mod subiectiv, adică nu pe baza principiilor empirice (psihologice), cum gândește intelectul, ci în mod obiectiv, adică pe baza principiilor a priori, așa cum ar trebui să gândească intelectul[20].

Poziția lui Kant față de știința logicii este departe de a fi consecventă. Încă din prefața la ediția a doua a *Criticii rațiunii pure*, el apreciază că, de la Aristotel încoace, logica „nu a avut nevoie să facă un pas înapoi", cu excepția unor ameliorări, adică ar fi vorba de o știință încheiată, o știință definitivă. Și continuă imediat: „trebuie să mai remarcăm că și până astăzi ea nu a putut face niciun pas înainte și că, deci, după toată aparența, ea pare să fie închisă și terminată"[21]. Unii exegeți s-au întrebat și se mai întreabă cum poate susține Kant așa ceva când tocmai el a propus o nouă logică, anume logica transcendentală? Să fi fost Kant prea modest? Dacă logica este o știință „închisă și terminată", dacă această disciplină nu mai poate evolua, atunci pe ce temei ajunge gânditorul german să propună logica transcendentală?

Trebuie subliniat imediat că, față de logica aristotelică, aceea propusă de Kant, numită transcendentală, „s-ar ocupa și cu originea cunoștințelor noastre despre obiecte, întrucât această origine nu poate fi atribuită obiectelor..."[22], iar logica generală nu se ocupă cu problema originii cunoștințelor. Drept urmare, crede Kant, noua logică ar avea următorul conținut:

---

[16] Alexandru Surdu, „Studiu introductiv" la Immanuel Kant, *Logica generală*, ed. cit., p. 35.
[17] Immanuel Kant, *Logica generală*, p. 68.
[18] *Ibidem*, p. 69.
[19] *Ibidem*, p. 70.
[20] *Ibidem*, p. 71.
[21] Immanuel Kant, *Critica rațiunii pure*, p. 19.
[22] *Ibidem*, p. 94.

> O astfel de știință care ar determina originea, sfera și valabilitatea obiectivă a unor astfel de cunoașteri ar trebui să se numească *logică transcendentală,* fiindcă are a face numai cu legile intelectului și rațiunii, dar numai întrucât se raportează la obiecte a priori, și nu, ca logica generală, la cunoștințele rațiunii atât empirice cât și pure, fără deosebire[23].

Putem observa că filosoful german ține să diferențieze net logica generală de logica transcendentală. Iar dacă prin disciplina logicii înțelegem „știința rațiunii", atunci putem accepta, așa cum interpretează și Alexandru Surdu[24], ideea lui Kant conform căreia logica este o „știință încheiată", în sensul că în ipostaza de „știință a rațiunii" – ocupându-se de studiul formelor gândirii, adică de noțiune, judecată și raționament – logica nu mai are nimic de adăugat în afara celor spuse de Aristotel. Însă, în istoria sa, logica nu s-a ocupat numai de studiul rațiunii, însuși Kant subliniind, în manuscrisul său de logică, faptul că, de pildă, pentru Epicur logica se ocupă cu cercetarea naturii, că, mai târziu, în perioada modernă, Locke apreciază că logica studiază originea noțiunilor, iar Wolff și Leibniz pun pe seama disciplinei studiul demonstrației etc.

Cert este că în tradiția modernă a disciplinei, logica nu a rămas o știință „pură", ci a fost combinată mereu cu psihologia, respectiv cu teoria cunoașterii. Nici Kant nu poate ocoli acest tratament, căci în momentul în care decide că logica sa transcendentală se ocupă cu studiul originii cunoștințelor noastre despre obiecte, el trece brusc din sfera logicii în sfera gnoseologiei. Într-o lucrare recentă, Pierre Wagner[25], de exemplu, atrage atenția că un cititor din zilele noastre, educat și format doar în logica de tip matematic, dacă ar avea curiozitatea să vadă unele lucrări, adesea foarte voluminoase, publicate sub titlul de „Logică" în secolul al XIX-lea și până pe la început de secol XX, ar rămâne foarte uimit de forma non-matematică de expunere, de diviziunea tripartită a materiei (conceptul, judecata, raționamentul) și, mai ales, de legarea logicii de problemele metodologiei științelor sau de teoria cunoașterii.

De pildă, în *Sistemul de logică* al lui John Stuart Mill se discută pe larg problemele de metodologie științifică; Wilhelm Wundt, cunoscut îndeosebi ca fondator al psihologiei experimentale, a publicat și un tratat de logică în două volume, tratat în care consideră că logica se ocupă de studiul principiilor cunoașterii și al metodelor de cercetare științifică, ceea ce presupune o investigație psihologică; o orientare strict psihologică a logicii era susținută și de Christoph von Sigwart sau de Friedrich Beneke și alții. Împotriva acestei orientări se vor manifesta reprezentanții Școlii de la Marburg, neokantieni care vor susține că logica este de natură transcendentală, dar, contrar poziției lui Kant, această disciplină nu trebuie să se ocupe de studiul originii, valorii și sferei cunoștințelor, ci, luând știința ca un „fapt", logica are menirea de a stabili condițiile de posibilitate ale cunoașterii obiectelor în general. La răscrucea secolelor al XIX-lea cu secolul XX, adică în anul 1900, Husserl va critica și el concepțiile psihologiste ale logicii, dar criticile cele mai severe vor veni din partea lui Bolzano și a lui Frege.

---

[23] *Ibidem*, p. 95.

[24] Alexandru Surdu, „Studiu introductiv" la Immanuel Kant, *Logica generală*, ediția citată, p. 17.

[25] Pierre Wagner, *La logique,* 4^e^ édition mise a jour, Paris, PUF, 2020, p. 99.

Să revenim însă la Kant. Din cele prezentate până aici, putem reține câteva concluzii. În primul rând, față de încercările anterioare, Kant complică foarte mult tipologia propozițiilor, insistând în mod deosebit asupra propozițiilor care sunt simultan sintetice și a priori, adică asupra propozițiilor matematice. Iar aceste propoziții matematice, oricât de simple ar părea unele, nu sunt niciodată strict deductive, ci întotdeauna sunt construite cu ajutorul intuiției (chiar unele relații precum $a = a$ sau $(a + b) > a$, deși sunt analitice, adică valabile prin conceptele lor, „sunt admise în matematică numai fiindcă pot fi prezentate în intuiție”[26]).

În al doilea rând, dacă suntem atenți la caracterizarea logicii de către Kant – unde, deși la punctul 1) se subliniază că logica trebuie considerată „ca fundament al tuturor celorlalte științe...”, ceea ce ar părea să sugereze valabilitatea logicismului, la punctul 2) este precizat că doar matematica este „un excelent *Organon*” al științelor –, va trebui să acceptăm că opțiunea filosofului german este mai degrabă matematismul, nu logicismul.

O a treia concluzie ce se impune este aceea că, prin importanța acordată de către Kant rolului intuiției (noțiune, de altfel, cât se poate de vagă) în matematici și, în genere, în procesul de cunoaștere, logica sa și întreaga teorie a cunoașterii este de factură psihologistă.

În fine, în al patrulea rând, oscilația lui Kant între a vorbi de o singură „logică” (așa cum s-ar părea că dorește în momentul în care propune o definiție proprie a disciplinei) și o pluralitate de „logici” (logică generală și logică transcendentală, dar și logică analitică și dialectică, logică pură și aplicată, logică a intelectului comun sau speculativ etc.) conduce la suficiente dificultăți exegetice privind concepția filosofului din Königsberg asupra științei logicii. Fapt pentru care e greu de precizat dacă logica transcendentală propusă de Kant este cu totul altceva decât logica generală sau logica transcendentală ar fi mai degrabă o logică fondatoare pentru toate celelalte „logici”, aceste alte „logici” nefiind atunci decât niște ipostaze ale unei logici unice.

3. LOGICISMUL (ȘI „EȘECUL”?) LUI FREGE

E oarecum de la sine înțeles că orice demers de cunoaștere științifică presupune anumite principii necesare[27], adică niște axiome logice, legi matematice sau principii de corelare a datelor experienței în cunoașterea obiectelor etc. Dar pe ce se bazează ele, ce fundament au? Aceasta este întrebarea-cheie și pentru Kant, mai ales în *Critica rațiunii pure.* Pentru a răspunde, așa cum am văzut, Kant ridică o complicată construcție pentru a ne oferi soluția transcendentală. Însă, în acest proces, conceptele fundamentale de „analitic” și „sintetic”, de „a priori” și „a posteriori” nu sunt atât de clare pe cât credea filosoful german.

Între cei care vor ataca dur concepția lui Kant trebuie remarcat îndeosebi matematicianul filosof Bernard Bolzano, a cărui concepție va ghida în mare măsură

---

[26] Immanuel Kant, *Critica rațiunii pure*, p. 53.

[27] Vezi și Bruno Leclercq, *Intuition et déduction en mathématiques. Retour au débat sur la «crise des fondements»*, Bruxelles, EME Éditions, 2014, p. 5.

efortul de constituire a noii logici. Dacă pentru Kant o propoziție este analitică întrucât predicatul este cuprins în subiect și în virtutea acestui fapt ea este și adevărată, pentru Bolzano acest mod de înțelegere a analiticității este unul defectuos și imprecis. De pildă, atrage atenția Bolzano, dacă luăm propoziția „Tatăl lui Alexandru, regele Macedoniei, a fost rege al Macedoniei”[28] (*Der Vater Alexanders, der König von Macedonien, war König von Macedonien*), aceasta pare analitică (predicatul fiind cuprins în subiect) din perspectiva lui Kant, de fapt fiind o propoziție empirică.

Dacă sensul analiticității din concepția lui Kant nu este unul satisfăcător, atunci cum trebuie înțeleasă o propoziție analitică? După opinia lui Bolzano, problema analiticului trebuie acceptată într-un sens mult mai larg şi în spirit mai matematic, în ideea că o propoziție este analitică doar dacă este adevărată pentru orice substituire posibilă a uneia din componentele sale, respectiv dacă o componentă este variabilă, este liberă și „modulabilă” *salva veritate*[29]. De exemplu, în propoziția „Omul Caius este muritor”[30], „omul Caius” este o variabilă arbitrară, în locul lui „Caius” putând să-l trecem pe „Sempronius”, pe „Titus” sau pe oricine altcineva din aceeași specie („om”), toate propozițiile obținute în acest fel prin substituire fiind propoziții adevărate, deci analitice. Propozițiile sintetice sunt opusul celor analitice[31], adică sunt sintetice toate acele propoziții ale căror componente nu permit substituiri libere *salva veritate*.

Totuși, lucrurile nu sunt chiar așa de simple. O propoziție aritmetică precum „7 + 2 = 9”, care în viziunea lui Kant e sintetică, în concepția lui Bolzano este analitică, deoarece 2 poate fi definit ca succesor al lui 1, iar 9 ca succesor al lui 8. Dar și 8 este succesorul lui 7, astfel că 7 + 2 = 7 + (1 + 1), care poate fi scris și ca (7 + 1) + 1, în virtutea legii asociativității. Numai că, așa cum s-a observat, legea asociativității este ea însăși una „sintetică”[32] în măsura în care conceptele aritmetice nu pot face obiectul substituirilor *salva veritate*. Adică se ajunge să se susțină, paradoxal, că analiticitatea se întemeiază în sintetic!

Însă atacul cel mai dur al lui Bolzano la adresa concepției lui Kant ia în vizor problema intuiției, în special teoria intuiției pure, despre care spune că este de-a dreptul „scabroasă”[33]. Bolzano este convins că matematicile, care sunt științe conceptuale pure, nu pot avea decât un caracter deductiv. Judecățile matematice universale și

[28] Bernard Bolzano, *Wissenschaftslehre*, § 148, Library of the University of California, sursă internet.

[29] Bruno Leclercq, *op. cit.*, p. 8.

[30] Bernard Bolzano, *Wissenschaftslehre*, § 147.

[31] Nu e locul să intrăm aici în amănuntele concepției lui Bolzano, însă trebuie să amintim, chiar dacă numai în treacăt, că nici propunerea lui Bolzano nu satisface. El dorea ca împărțirea în „analitic” și „sintetic” să epuizeze domeniul propozițiilor, dar este nevoit să accepte că propozițiile contradictorii cu sine (în sensul lui Kant) nu sunt nici analitice, nici sintetice. De fapt, „practica filosofilor de mai târziu a urmat mai curând linia lui Kant decât cea a lui Bolzano și se pare că va trebui sau să ne împăcăm cu afirmația că «analitic» și «sintetic» nu sunt total opuse, sau să încercăm să asigurăm caracterul exhaustiv al clasificării, aplicând-o numai la adevăruri” (William Kneale, Marta Kneale, *Dezvoltarea logicii*, vol. I, traducere de Cornel Popa, Cluj-Napoca, Editura Dacia, 1974, p. 389).

[32] Bruno Leclercq, *op. cit.*, p. 9.

[33] *Ibidem*, p. 32.

necesare, fie ele de natură aritmetică sau geometrică, nu pot fi fundamentate în intuiție – chiar dacă aceasta este „pură” – deoarece intuiția, în esența ei, crede Bolzano, este singulară și contingentă. Or, judecățile matematice, universale și necesare fiind, nu se pot baza decât pe concepte, nu pe reprezentările intuitive singulare. Judecăți matematice precum „7 + 5 = 12” sau „7 + 2 = 9”, va sublinia Bolzano, nu au nevoie de intuiția timpului (a succesiunii), cum gândea Kant, întrucât, așa cum am văzut, lucrurile pot fi explicate strict deductiv, pe baza legii asociativității, căci într-o sumă aritmetică nu contează ordinea elementelor.

Problema e că, la fel ca în cazul conceptelor de „analitic” și „sintetic”, Kant nu dispunea de un concept clar nici în cazul intuiției. Pentru Descartes, de exemplu, care se referea și el la aritmetică și la geometrie, dacă vrem să obținem cunoştințe certe, nu avem la îndemână decât intuiția și deducția, intuiția fiind însă prioritară, deoarece e mai simplă și mai sigură, având drept caracteristică „imediatitatea evidențelor”[34]. Mai mult chiar, Descartes crede că intuiția primează față de deducție, pentru că deducția nu este, în fapt, decât o înlănțuire de inferențe simple, fiecare din aceste inferențe bazându-se pe intuiții clare. Cu precizarea că intuiția – în concepția lui Descartes – este una intelectuală, este un fel de „viziune a rațiunii”.

Kant va respinge însă sensul cartezian al intuiției, susținând în mod hotărât, mai empirist, că nu există decât intuiție sensibilă. Dar această susținere e greu de realizat, Kant însuși fiind obligat să admită, în cazul judecăților matematice, că avem și o intuiție pură, formală, o intuiție a priori (adică independentă de sensibilitate). Poziția lui Kant este extrem de dificilă: pe de o parte, nu vrea să renunțe la caracterul sensibil al intuiției[35], iar pe de altă parte, este conştient că judecățile matematice au nevoie de generalitatea și necesitatea din concepte, în condițiile în care intuiția, sensibilă fiind, nu are cum să iasă din granițele singularității și contingentului. Soluția pe care o întrevede este aceea a „construcției”, așa cum procedăm în geometrie când, pentru a explica proprietatea unui triunghi, de exemplu, ne bazăm pe o imagine pe care o și „construim” pe hârtie. Pentru Kant, această „construcție” are până la urmă darul de a permite corelarea singularității din intuiția sensibilă cu generalitatea din concept. Dificultățile nu sunt depășite totuși, căci „construcția” însăși este ghidată de intuiție (când începe să deseneze, să construiască triunghiul, geometrul își urmează intuiția, așa cum și în aritmetică, atunci când matematicianul face suma lui „7 + 5”, el se ajută de intuiția celor cinci degete de la mână).

Încercând să aducă ideile lui Kant în discuțiile actuale, Jaakko Hintikka va susține că, de fapt, recursul lui Kant la intuiție nu este nimic altceva decât „procesul logic de instanțiere”[36], procedeul expunerii (*ecthezei* din modelul geometriei euclidiene) a ceea ce este particular („fie triunghiul ABC..., de exemplu), adică o etapă a instanțierii, urmată imediat de construcție și de demonstrație. Pe la începutul

[34] *Ibidem*, p. 16.

[35] Din acest motiv, Bolzano atacă în mod deosebit psihologismul concepției kantiene, fiind convins că raționamentele matematice nu sunt intuitive, ci pur deductive și demonstrative (vezi și Ioan Biriș, *Limbajul și crampele mintale. De la Bolzano la Quine*, București, Editura EIKON, 2021, capitolul I, „Antipsihologismul lui Bolzano”).

[36] Jaakko Hintikka, *La philosophie des mathématiques chez Kant,* traduit de l´anglais par Corinne Hoogaert, Paris, PUF, 1980, p. 3.

secolului XX, Bertrand Russell impusese interpretarea că, în teoria inventată de Kant a raționamentului matematic, inferența care are loc nu poate fi niciodată logică în sens strict, ci necesită întotdeauna suportul intuiției. Hintikka va aprecia că interpretarea lui Russell este eronată, iar ceea ce conduce la erori de înțelegere este tocmai termenul de „intuiție", exprimat de către Kant în germană prin *Anschaung*.

Și, într-adevăr, germanul *Anschaung* este un termen cât se poate de ambiguu, el desemnând când o „viziune", o „opinie", chiar o „contemplație", când ceva „figurativ", o „formă plastică" etc. De aceea, pentru Kant este destul de firesc să vorbească despre o „intuiție sensibilă" (deci, psihologică) și despre o „intuiție pură" (mai degrabă „logică"). În consecință, propune Hintikka, ar fi mai nimerit ca prin termenul *Anschaung* să înțelegem sensul adjectival de *anschaulich* (adică ceea ce e clar, în mod plastic, asemenea unei figuri), noțiunea de „intuiție" având atunci un mai accentuat înțeles „grafic" și descriptiv, un soi de „indicator de individualitate", nu de facultate sensibilă.

Din păcate, cei mai mulți exegeți ai lui Kant au luat noțiunea de „intuiție" în sens psihologic. Dar împotriva psihologismului kantian se va pronunța și Frege, logicianul și matematicianul care pune bazele logicismului, în contrast cu intuiționismul filosofului din Königsberg. Deși psihologismul kantian este respins în mod hotărât și de către Frege, acesta nu va fi atât de aspru în judecățile referitoare la Kant, precum se manifestase înaintașul său, Bolzano.

În ceea ce privește importanța epocală a ideilor lui Frege, s-a scris enorm și se va scrie în continuare. Unii autori consideră că perioada dintre apariția lucrării lui Frege, *Begriffsschrift...* (1879), și publicarea lucrării lui Gödel, *Über formal unentscheidbare Sätze...* (1931), poate fi numită drept „perioada clasică"[37] din teoretizarea fundamentelor matematicii. Vom prezenta, în rândurile care urmează, într-un mod rezumativ principalele rezultate obținute de către Frege pentru conturarea programului logicist, privind aceste rezultate în mod deosebit prin raportare la Kant.

Astfel, e de menționat faptul că în *Ideografia* sa din 1879, Frege va încerca să reactualizeze proiectul leibnizian de a construi un limbaj universal pentru a exprima cât mai riguros gândirea din limbile naturale. Modelul de urmat ar fi aritmetica, respectiv limbajul simbolic al acesteia, așa cum credea și Leibniz. Numai că, spre deosebire de Kant, pentru care, după cum am văzut, toate judecățile matematice (inclusiv cele aritmetice) sunt sintetice, Frege va aprecia că propozițiile aritmeticii sunt apriorice și analitice, adică sunt adevăruri logice, chiar dacă acest lucru nu este totdeauna suficient de evident, motiv pentru care teza că propozițiile aritmetice sunt adevăruri logice trebuie dovedită. Și e convins, asemenea lui Bolzano, că demonstrațiile matematice sunt prin excelență deductive, nu intuitive, căci din intuiție nu se poate extrage niciun fel de rațiune demonstrativă. Mai mult, în viziunea lui Frege trebuie să distingem între modalitatea în care ajungem la conținutul unei judecăți și modalitatea în care justificăm respectiva aserțiune. În cuvintele lui Frege: „După părerea mea, distincțiile între *a priori* și *a posteriori*, sintetic și analitic, nu privesc conținutul

[37] Sten Lindström and Erik Palmgren, „The Three Foundational Programmes", în Sten Lindström, Erik Palmgren, Krister Segeberg, Viggo Stoltenberg-Hansen (editors), *Logicism, Intuitionism, and Formalism. What Has Become of Them?*, Springer, 2009, p. 1.

judecății, ci justificarea emiterii ei”[38] (autorul precizând într-o notă de subsol că nu dorește să confere un nou sens acestor termeni, ci urmărește să stabilească mai bine ce au avut în vedere unii autori dinainte, în special Kant).

Încă din primele rânduri ale introducerii la lucrarea *Fundamentele aritmeticii,* Frege ne spune că, de obicei, la întrebarea „ce este numărul unu?”, se răspunde cu propoziția „numărul unu este un lucru”. Dar acest răspuns este după tipicul logicii clasice, aristotelice, unde propoziția este formată din „subiect”, „predicat” și „copulă”. Frege face observația că această propoziție nu este o definiție, căci ea nu face decât „să încadreze numărul unu printre lucruri, fără a specifica însă despre care lucru este vorba...”[39]. Această structură logică a propoziției este păstrată și de către Kant, dar Frege aduce ideea nouă, revoluționară pentru știința logicii, că propozițiile și conceptele trebuie privite ca funcții. Când formulăm propoziția „Toți oamenii sunt muritori”, după logica clasică înseamnă că atribuim subiectului „oameni” predicatul, respectiv proprietatea de „muritori”. După logica nouă propusă de către Frege, e vorba despre altceva, și anume despre conceptul de „om” privit ca o funcție: „*x* este om”. Această propoziție poate fi adevărată sau falsă, adevărul sau falsul ei depinzând de valoarea pe care o ia *x* în parcursul valorilor, în extensia conceptului. Înțelese ca funcții, conceptele rămân nesaturate. Dacă în logica tradițională schema subiect–predicat a propozițiilor rămânea doar în plan lingvistic[40], în înțelegerea conceptelor ca funcții ne vom cantona într-un plan propriu logic.

Dacă putem stabili parcursul valoric al unui concept (privit ca funcție), aceasta înseamnă că vom putea vorbi despre existența și despre numărul obiectelor care satisfac conceptul (care cad sub concept). Cu observația că existența și numărul obiectelor nu sunt atribuite în mod nemijlocit acestor obiecte, ci extensiei conceptului, de aceea ele vor fi considerate proprietăți de ordin secund. Dar care este natura unor astfel de proprietăți? Pot fi ele percepute? În niciun caz, întrucât, prin antipsihologismul său hotărât, Frege nu poate accepta legarea semnificațiilor conceptuale sau a enunțurilor propoziționale de reprezentări sau intuiții. Numerele, de care se interesează Frege în primul rând, având proprietăți de ordin secund, înseamnă că nu sunt autoevidente, deci nu pot fi date în intuiție. Așa cum observă și Michael Dummett, din moment ce referința și sensul conceptelor înțelese ca funcții rămân nesaturate, înseamnă că acestea „nu pot apărea în mod independent”[41], adică nu pot fi elemente ale percepției, ale sensibilității. Această poziție îl conduce atunci pe Frege către acceptarea unui soi de realism platonician[42], respectiv acceptarea unei lumi a entităților ideale, unde își au locul și numerele alături de parcursul valorilor unei funcții sau alături de valorile de adevăr.

---

[38] Gotlob Frege, *Scrieri logico-filosofice*, I, traducere de Sorin Vieru, București, Editura Științifică și Enciclopedică, 1977, p. 41.

[39] *Ibidem*, p. 29.

[40] Vezi și Bruno Leclercq, *Introduction à la philosophie analitique. La logique comme méthode,* Bruxelles, Éditions De Boeck Université, 2008, p. 44.

[41] Michael Dummett, *Originile filosofiei analitice*, traducere de Ioan Biriș, Cluj-Napoca, Editura Dacia, 2004, p. 113.

[42] Vezi, mai pe larg, prezentarea lui Frege în Ioan Biriș, *Limbajul și crampele mintale. De la Bolzano la Quine*.

Așa cum argumentează în *Ideografia* sa, Frege încearcă să demonstreze, împotriva poziției lui Kant, teza că aritmetica nu are nevoie de noțiunile de spațialitate și de temporalitate, respectiv nu este obligată să facă apel la intuiții și reprezentări. Ceea ce îl conduce pe Frege – în analiza sa – la logica de ordinul doi este conceptul de generalitate. După opinia sa, dintre toate ramurile matematicii, aritmetica are bazele cele mai extinse, căci adevărurile ei guvernează tot ceea ce este numărabil (în registrele existenței, intuiției și gândirii). Cu toate acestea, generalitatea[43] cea mai cuprinzătoare aparține logicii, fapt pentru care ea ne garantează cunoașterea a priori. De aici teza logicistă că aritmetica ne poate oferi și ea o cunoaștere a priori în măsura în care aritmetica se reduce la logică. Și, în concepția lui Frege, această reducere e posibilă deoarece, pe de o parte, conceptele aritmetice pot fi definite explicit prin concepte logice, iar pe de altă parte, adevărurile aritmetice pot fi derivate din axiomele logice, din definiții și din regulile logice pure ale inferenței. Justificarea logicismului este permisă atunci cel puțin prin utilizarea următoarelor argumente de către Frege[44]: 1) legile logicii se disting prin aplicabilitatea lor universală; 2) legile logicii sunt necesități ale gândirii, ceea ce înseamnă că sunt presupuse de toate științele particulare. În consecință, apelul la principiile logice este unul necesar, deoarece principiile aritmeticii nu pot susține, ele singure, caracterul a priori al aritmeticii.

Astfel, triumful logicismului pare asigurat. *Fundamentele aritmeticii* (*Die Grundlagen der Arithmetic*), cum s-a spus uneori, reprezintă un adevărat „Manifest logicist"[45]. Și totuși, către sfârșitul vieții, Frege ajunge să treacă printr-o dramă greu de suportat: paradoxul mulțimii tuturor mulțimilor, evidențiat de către Russell, poate conduce la ruinarea teoriei lui Frege. Din moment ce logicianul german a acceptat că numărul nu se atribuie obiectelor, ci extensiei conceptelor, înseamnă că el a făcut loc și termenului de „mulțime" (de „clasă") în construcția sa. Dar poate exista o mulțime care să cuprindă toate mulțimile?

În teoria lui Frege, mulțimea e acceptată mai degrabă ca o primitivă[46]: vorbim de o mulțime a lui x dacă există un concept „F" (cu extensiunea sa), astfel încât x cade sub „F" (sau x aparține extensiunii lui „F"), adică avem $\{x: F(x)\}$. Iar pentru a răspunde la întrebarea despre existența unei mulțimi a tuturor mulțimilor trebuie să ne fie clară relația de apartenență, respectiv trebuie să avem răspunsul la întrebarea prealabilă: când putem spune că o mulțime x aparține unei mulțimi y? Pe scurt, vom afirma că x este un membru al mulțimii y (x aparține de mulțimea y) dacă și numai

[43] După Frege, generalitatea ar fi criteriul care ne ajută să deosebim conceptele logice de cele non-logice, conceptele logice având o generalitate completă. Dar, observă unii exegeți, acest criteriu e destul de vag, problema fiind una deschisă și astăzi (cf. Sten Lindström and Erik Palmgren, *op. cit.*, p. 6).

[44] William Demopoulos, *Logicism and its Philosophical Legacy*, Cambridge University Press, 2013, p. 12.

[45] Crispin Wright, *Frege´s Conception of Numbers as Objects*, Aberdeen University Press, 1983, p. IX.

[46] Vezi și Sten Lindström and Erik Palmgren, *op. cit.*, p. 8.

dacă există un concept F astfel încât *x* să cadă sub F și *y* este mulțimea tuturor obiectelor care cad sub F. Scris simbolic:

$$x \in y \leftrightarrow \exists F [F(x) \& y = \{x: F(x)\}].$$

Russell, după cum se știe, a reușit să ocolească paradoxul mulțimii tuturor mulțimilor prin formularea teoriei tipurilor. Astfel, putem vorbi despre un sens russellian („r”) al obiectelor care compun o mulțime, respectiv un obiect este russellian (R(x)) dacă și numai dacă „x” nu este membru al lui *x*. Corespunzător, avem o mulțime russelliană („r”), adică o mulțime „r” a tuturor obiectelor care cad sub conceptul „r”: $r = \{x: x \notin x\}$. Dar în teoria lui Frege se va putea deriva ușor contradicția:

$$r \in r \leftrightarrow r \notin r.$$

Ceea ce înseamnă că sistemul lui Frege este inconsistent.

Conștientizarea acestei situații a fost o tragedie pentru logicianul Frege. La moartea sa, pe data de 26 iulie 1925, la Bad Kleinen, fiul său adoptiv, inginerul Alfred Frege, a intrat în posesia mai multor manuscrise inedite, cele mai multe, din păcate, fiind neîncheiate. Frege apucase să-i transmită lui Alfred că aceste texte, chiar dacă nu sunt „de aur”, conțin însă aur în ele! Primul volum din aceste texte a fost publicat abia în 1969, sub titlul de *Scrieri postume* (*Nachgelassene Schriften*), iar al doilea volum a apărut în 1976, cu titlul *Corespondența științifică* (*Wissenschaftlicher Briefwechsel*).

Din *Scrierile postume* vom reține, în rândurile de față, doar câteva gânduri ale lui Frege cu privire la logică și la teoria numărului. Astfel, în anul 1906, logicianul german nota, în legătură cu criteriul generalității pentru enunțurile logice, că diferitele expresii matematice, precum „1 = 1” sau „2 = 2” etc., nu sunt altceva decât cazuri particulare ale unei legi generale, „a = a”[47], legea generală fiind o lege logică, aceea a identității, așa încât reducerea aritmeticii la logică se justifică. Mai mult, în 1914, apreciind că activitatea matematicianului constă aproape în întregime în a face inferențe, rezultă că logicismul se susține, căci legile de inferență sunt pur logice[48].

Totuși, în însemnările din 1919, în legătură cu numărul, Frege are multe întrebări ce nu sunt încă lămurite. Numărul[49], se întreabă logicianul, este un obiect al cercetării aritmetice sau este obiectul unui joc? Aritmetica este un joc sau o știință? Există, totuși, numerele aritmeticii? Dacă plecăm de la concepte, e posibil să ajungem la numerele aritmetice pe o cale ireproșabilă? Termenii numerici sunt părți inseparabile ale semnelor conceptelor de ordin secund? Etc.

Iar pe data de 23 martie 1924 (§ 282), Frege se recunoaște pur și simplu înfrânt: eforturile mele pentru a obține clar ceea ce se înțelege printr-un număr – mărturisește el – s-au soldat cu un eșec! Apoi, prin luna septembrie a aceluiași an, verdictul este repetat și mai apăsat: toate eforturile mele de a face lumină asupra problemelor legate

---

[47] Gotlob Frege, *Nachgelassene Schriften*, Hamburg, Felix Meiner Verlag, 1969, §217.
[48] *Ibidem*, § 221.
[49] *Ibidem*, § 277.

de cuvântul „număr”, de termenii numerici și de semnele numerice – recunoaște Frege resemnat – par să fi ajuns la un eșec complet (§ 284)!

Cum e posibil acest lucru? Vinovat ar fi limbajul, limbajul natural, meditează Frege în continuare, așa cum arată notele din 1924 și din 1925, căci limba nu e făcută după reguli logice. O proprietate a limbajului, subliniază logicianul nostru, una de-a dreptul nefastă pentru activitatea gândirii, este aceea de a crea nume proprii cărora nu le corespunde niciun obiect. Această situație nu e gravă pentru domeniul ficțiunii, dar e catastrofală pentru știință. Deoarece, exemplifică Frege, dacă luăm extensiunea conceptului din fizică de „stea fixă”, aceasta ar părea să desemneze un obiect (din cauza articolului definit), dar nu există niciun obiect în realitate ce ar putea fi desemnat astfel.

De aici, din aceste neînțelegeri de limbaj s-au născut – spune Frege – paradoxurile teoriei mulțimilor, paradoxuri care au și ruinat teoria, crede logicianul german. Eu însumi – continuă Frege – am căzut pradă acestei iluzii, în încercarea de a fundamenta logica numerelor, dorind să le concep ca mulțimi[50].

A fost proiectul logicist al lui Frege chiar un eșec? Răspunsul nu este deloc simplu, dar privind în urmă, putem constata că acest proiect dăinuiește prin logicismul neo-fregean, alături de variantele noi ale celorlalte programe clasice: intuiționismul sau formalismul. Altfel, fără discuție, Frege a întâmpinat, asemenea lui Kant, nu puține dificultăți în legătură cu o serie de concepte. După cum s-a remarcat, chiar termenul de logică nu a fost înțeles la fel de către Kant și de către Frege. La Kant conceptul de logică era prea restrâns[51], analiticitatea fiind acceptată doar pentru judecățile universal-afirmative din logica aristotelică. Frege a venit în schimb cu multe noutăți prea dificile, dar și cu subtilități inutile[52]. De aceea, așa cum observă și John MacFarlane, a contrapune pur și simplu tezele – (Frege) „Aritmetica este reductibilă la logică” și (Kant) „Aritmetica nu este reductibilă la logică”[53] – e o încercare discutabilă, deoarece nu avem nicio garanție că termenul „logică” are același înțeles în cele două teze.

Nu trebuie să uităm, apoi, că însăși acceptarea de către Frege a noțiunii de „mulțime” în teoretizarea sa (de unde i s-a tras „eșecul”) nu este o operație destul de clară, deoarece – ne atrage atenția Crispin Wright[54] – această noțiune nu este una logică, iar presupoziția existenței mulțimilor nu poate fi justificată numai logic (mulțimile fiind necesare pentru cuantificările de ordin mai înalt în limbajul natural). De fapt, logicismul ce va fi propus mai târziu de către Whitehead și Russell în *Principia Mathematica* va fi unul radical diferit de acela al lui Frege, în condițiile în care autorii *Principiei...* renunță la ideea că mulțimile și numerele ar fi obiecte și le tratează ca entități de ordin mai înalt[55], respectiv ca funcții propoziționale.

---

[50] *Ibidem*, § 289.

[51] William Kneale, Marta Kneale, *Dezvoltarea logicii*, vol. II, traducere de Sorin Vieru și Ușer Morgenstern, Cluj-Napoca, Editura Dacia, 1975, p. 75.

[52] *Ibidem*, p. 143.

[53] John MacFarlane, *Frege, Kant, and Logic in Logicism*, Draft of February 1, 2002, p. 1, sursă internet.

[54] Crispin Wright, *op. cit.*, p. 132.

[55] Sten Lindström and Erik Palmgren, *op. cit.*, p. 9.

Cu toate acestea, așa cum dovedesc cercetările neo-fregeene, dacă se operează anumite modificări, sistemul lui Frege poate fi păstrat[56]: a) prin înlocuirea, de pildă, a logicii clasice cu una mai slabă (cu una paraconsistentă), care să tolereze contradicțiile; b) prin înlocuirea principiilor impredicative ale lui Frege cu unele predicative mai slabe; c) prin abandonarea sau slăbirea conceptului de „extensiune”; d) luând principiile fregeene ale abstracției ca bază pentru aritmetica Peano.

După cum putem observa și din aceste propuneri, păstrarea sistemului lui Frege este dependentă de revizuirea principalelor concepte utilizate de acesta: „logică”, „mulțime”, „funcție”, „obiect”, „analitic”, „sintetic”, „generalitate” etc. Logicianul german era convins că filosoful Kant a subestimat potențialul propozițiilor analitice, acordând mult prea multă importanță propozițiilor sintetice. În alte cuvinte, Kant a subapreciat rolul deducției și s-a încrezut în operațiile constructive ale intelectului pe baza facultății intuiției. Frege acceptă că în geometrie este evident că „propozițiile generale trebuie derivate din intuiție”[57], dar acest lucru e posibil numai întrucât punctele din geometrie, dreptele sau planul nu au particularități, fiind astfel „autorizate să reprezinte întregul gen”.

Dacă înțelegem bine, Frege acceptă intuiția kantiană cu condiția ca această intuiție să poată reprezenta genul, adică generalitatea pretinsă de logică. Ar fi vorba de o „intuiție” în sens mai larg decât cel din estetica transcendentală, un fel de intuiție „logică”. Pentru că, recunoaște Frege, „în sens logic, am putea spune, eventual, că 100 000 este o intuiție; căci, ce-i drept, concept general nu este”. Numai că, observă logicianul imediat, luată în acest sens, intuiția „nu poate contribui la fundamentarea legilor aritmeticii”. Și nu poate deoarece, în concepția lui Frege, spre deosebire de obiectele geometriei, „fiecare număr își are particularitățile sale”. Așadar, un număr ca 100 000, chiar dacă ar fi o intuiție, el nu poate reprezenta un „gen”, nu poate reprezenta și alte numere.

Însă dacă niciun număr nu poate reprezenta alte numere, nu poate ajunge la gen, atunci cum se mai poate susține „analiticitatea” aritmeticii? Problemă rămasă deschisă, Frege recunoscându-și eșecul în teoria numerelor... Se justifică atunci alte căutări, între care se impun și cele al reprezentanților neokantieni ai Școlii de la Marburg.

---

[56] *Ibidem*, pp. 8–9.
[57] Gotlob Frege, *Scrieri logico-filosofice*, I, p. 57.