

Operații și Relații

IONEL NARIȚA

Universitatea de Vest din Timișoara

OPERATIONS AND RELATIONS

Abstract: The operations concern the semiotic parameters of expressions. The operations upon expressions are real or virtual. The real operations modify the values of semiotic parameters, while, through the virtual operations, we only suppose their change. The virtual operations, like quantifiers and predicates, generate propositions through which we suppose the presence of certain relations between expressions. Propositions, at their turn, are affected by peculiar real and virtual operations. The confusion between these types of operations leads to paradoxes, like the material implication paradoxes. Such paradoxes can be avoided keeping into account the distinction between operations and relations, namely, between composed propositions and propositions about propositions.

Keywords: operations, relations, material implication paradox, extension, intension.

Expresiile lingvistice care au înțeles autonom se împart în două categorii, după cum înțelesul lor este o extensiune sau o intensiune¹. Expresiile extensionale au ca înțeles extensiuni, pe când expresiile intensionale sau termenii au ca înțeles intensiuni sau sensuri. Relația dintre intensiune și extensiune este aceea de *satisfacere*, o entitate este extensiune în raport cu o intensiune dacă o satisface pe aceasta. De pildă, x este extensiune față de f dacă și numai dacă x satisface f , respectiv, „ fx ”. Despre extensiunile care satisfac o intensiune spunem că alcătuiesc *clasa* corespunzătoare acelei intensiuni: $(x \in \text{ext}(f)) \equiv fx$. Relația de satisfacere are următoarele proprietăți:

1) Extensiunea reuniunii a două intensiuni este intersecția extensiunilor corespunzătoare intensiunilor reunite: $\text{ext}(f \cup g) = (\text{ext}(f) \cap \text{ext}(g))$. Într-adevăr, pentru ca x să fie extensiune pentru $f \cup g$, trebuie ca x să satisfacă f și să satisfacă g , adică, x aparține atât extensiunii $\text{ext}(f)$, cât și lui $\text{ext}(g)$.

2) Extensiunea intersecției a două intensiuni este reuniunea extensiunilor corespunzătoare: $\text{ext}(f \cap g) = (\text{ext}(f) \cup \text{ext}(g))$. Extensiunea $f \cap g$ este satisfăcută atât de entitățile care satisfac f , cât și de cele care satisfac g , adică de entitățile care aparțin reuniunii extensiunilor celor două intensiuni.

3) Principiul lui Frege: extensiunea unei expresii este funcție de intensiunea acesteia și de context, respectiv, pentru un context dat, unei intensiuni îi

¹ Rudolf Carnap, *Meaning and Necessity*, Chicago, The University of Chicago Press, 1947, p. 23.

corespunde o extensiune determinată². Nu se poate ca o extensiune să satisfacă și să nu satisfacă o intensiune relativ la un context dat, deoarece ar contraveni principiului noncontradicției. De asemenea, este imposibil ca o extensiune nici să satisfacă, nici să nu satisfacă o intensiune relativ la un context fără a viola principiul terțului exclus.

4) Legea raportului invers: dacă intensiunea f este conținută în intensiunea g , atunci $\text{ext}(g)$ este parte a $\text{ext}(f)$ în orice context. Să presupunem că $f \subseteq g$. În acest caz, există intensiunea d astfel încât $g = (f \cup d)$. Prin urmare, $\text{ext}(g) = (\text{ext}(f) \cap \text{ext}(d))$, deci $\text{ext}(g) \subseteq \text{ext}(f)$. Reciproc, dacă $\text{ext}(f) \subseteq \text{ext}(g)$ pentru orice context, atunci ($g \subseteq f$). Dacă $\text{ext}(f) \subseteq \text{ext}(g)$ în orice context, atunci ($f_x \& g^*x$) este contradicție. În schimb, dacă ($g \subseteq f$)*, atunci ($f_x \& g^*x$) nu este contradicție.

O clasă de extensiuni este extensiune pentru o intensiune de ordin superior. Intensiunile prime au extensiuni care nu sunt clase. Extensiunile intensiunilor secunde sunt clase. Dintre extensiunile care nu sunt clase, ne oprim, cu precădere, la *obiecte*, care sunt *obiective*, adică sunt diferite de agent. În acest fel, obiectele nu se confundă cu agentul sau evaluatorul, se află la o anumită distanță față de agent, adică sunt *spațiale*. De aceea, intensiunile obiectelor se supun la două tipuri de analiză: logică și spațială. Prin analiza spațială sunt puse în evidență *substanțele*, cum sunt cele din tabelul lui Mendeleev. Deoarece tabelul lui Mendeleev este complet, înseamnă că intensiunea proprie oricărui obiect (substanța primă)³ este analizabilă cel puțin prin intensiunile din tabelul lui Mendeleev. Eventual, tabelul lui Mendeleev poate fi completat cu *substanța zero*, pentru a explica izotopii. Urmează că orice substanță primă (orice existență spațială) este analizabilă prin tabelul lui Mendeleev și reciproc, intensiunile din acest tabel sunt satisfăcute numai de obiecte. O caracteristică specifică a obiectelor este că acceptă contrare, respectiv, în contexte diferite, același obiect satisface intensiuni contrare între ele.

Pe câtă vreme *numele* au ca înțeles obiecte, adică înțelesul lor constă într-o extensiune, *termenii* au ca înțeles intensiuni. Extensiunea reprezintă parametrul intențional al numelor, adică, un nume este folosit tocmai pentru a exprima un obiect. Dacă dorim să clarificăm ce înțelegem printr-un nume, indicăm spre obiectul denumit sau denotat de către numele respectiv. Intensiunea unui nume este alcătuită din toate sensurile satisfăcute de denotatul său. Deoarece obiectele satisfac intensiuni diferite în funcție de context, înseamnă că intensiunea numelor este variabilă. Totodată, intensiunea este un parametru natural în raport cu numele, respectiv, odată ce extensiunea unui nume este dată intențional, intensiunea sa scapă voinței utilizatorului numelui⁴.

Termenii sunt expresii utilizate pentru a exprima intensiuni. De aceea, parametrul intențional și constant al termenilor este intensiunea. Extensiunea unui termen este alcătuită din toate entitățile care satisfac intensiunea sa, adică este o clasă. Extensiunea reprezintă parametrul natural și variabil al termenilor. Clasa unui termen se poate modifica de la un context la altul. De asemenea, clasa unui termen nu poate fi alcătuită după voința utilizatorului termenului.

² Gottlob Frege, „On Sense and Reference”, în P. Geach, M. Black (eds.), *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, Oxford, Blackwell, 1960, p. 58.

³ Aristotel, *Categoriile. Despre interpretare*, București, Humanitas, 2005, p. 13.

⁴ Saul Kripke, *Numire și necesitate*, București, All, 2001, p. 47.

Constatăm că, în cazul expresiilor care au un înțeles autonom, deosebim un parametru intențional (înțelesul expresiei), care este constant și unic, și un parametru natural, care poate fi variabil. Primul va fi numit și parametrul principal, iar al doilea, parametrul secundar al expresiei.

Operațiile asupra expresiilor afectează parametrii semiotici ai acestora. Există două categorii de operații asupra expresiilor, după cum acestea modifică în mod real valoarea parametrilor sau numai virtual. În urma utilizării unei operații reale, măcar unul dintre parametrii expresiei asupra căreia se aplică operația își modifică sau își precizează valoarea, în schimb, în cazul unei operații virtuale, doar presupunem că valoarea unui parametru a fost modificată. Diferența dintre operațiile reale și cele virtuale poate fi ilustrată prin diferența dintre o operație de împărțire efectuată (în urma căreia rezultă un alt număr drept cât) și una neefectuată, presupusă, cum este raportul a două numere, care nu este un număr.

Operațiile reale interesează parametrul principal al expresiilor. Printr-o asemenea operație, contextul nu se modifică, de aceea, modificând valoarea parametrului principal, se obține o nouă expresie de același tip. De pildă, modificând intensiunea unui termen, se obține un alt termen. Parametrul secundar al unei expresii evoluează în chip natural odată cu trecerea de la un context la altul. Asupra acestuia nu putem efectua operații reale pentru a obține expresii unde parametrul secundar este diferit, deoarece am contraveni principiului lui Frege. În schimb, putem opera asupra parametrului secundar, precizând contextul, când se surprinde o valoare determinată a acestuia. Într-adevăr, conform principiului lui Frege, valoarea parametrului secundar este funcție de valoarea parametrului principal și context. Vedem că parametrul principal nu este suficient pentru a determina valoarea parametrului secundar. Obținem o valoare determinată a acestuia numai precizând contextul.

În schimb, operațiile virtuale pot fi efectuate asupra oricărui parametru al unei expresii, deoarece valoarea acestuia nu este modificată. De aceea, în urma unei operații virtuale, expresia rămâne cu parametrii neschimbați, nu este înlocuită cu o altă expresie, ci este inclusă într-o expresie de o altă categorie. De pildă, prin operații virtuale asupra unui nume nu obținem un alt nume, ci numele respectiv devine element al unei alte expresii care nu este nume.

1. OPERAȚII REALE

După cum am văzut, supunând o expresie unei operații reale, modificăm valoarea parametrului principal sau precizăm valoarea parametrului secundar. În primul caz, avem în vedere situațiile în care o anumită valoare este exclusă (negația) sau extinsă (conjuncția) ori restrânsă (disjuncția).

Operațiile reale asupra numelor afectează denotatul acestora. Prin negația unui nume se obține o expresie a cărei extensiune conține toate entitățile cu excepția denotatului numelui. O asemenea extensiune nu este o clasă, ci o mulțime, deoarece elementele sale nu sunt selectate după cum satisfac o intensiune. Dimpotrivă, elementele unei mulțimi sunt aceleași indiferent de intensiunile pe care le satisfac. De aceea, extensiunea negației unui nume este constantă, în schimb, intensiunea sa

este variabilă. De pildă, extensiunea expresiei „non-Mihai Eminescu” include orice nu este Mihai Eminescu, indiferent dacă este un obiect, o expresie sau o intensiune.

Prin conjuncția sau disjuncția numelor se obțin nume compuse. De exemplu, expresia „Mihai Eminescu și Ion Creangă” este un nume compus prin conjuncție. Extensiunea sa este mulțimea alcătuită din denotatele celor două nume, respectiv, extensiunea unui nume compus este o mulțime, nu o clasă. Totodată, extensiunea este parametrul principal al numelui compus, care rămâne constantă. Intensiunea sa este intersecția intensiunilor celor două nume, fiind o intensiune variabilă. În schimb, numele compus „Mihai Eminescu sau Ion Creangă” este obținut prin disjuncția a două nume. Și de această dată, extensiunea este parametrul principal, intențional și constant. Aici, extensiunea este mulțimea tuturor părților nevide ale mulțimii {Mihai Eminescu, Ion Creangă}, deoarece, cu ajutorul unei asemenea expresii, putem exprima oricare dintre aceste părți.

Pentru a circumscrie parametrul secundar al unui nume, având în vedere că intensiunea sa este determinată de context, avem nevoie să precizăm contextul. În acest scop, putem apela la operatori precum „ n în contextul c ” sau, dacă avem în vedere un anumit utilizator al numelui, „ n la momentul t ”. De pildă, prin expresia „Mihai Eminescu la 30 de ani” surprindem nu numai o extensiune, ci și acea intensiune ce era satisfăcută de Mihai Eminescu când avea 30 de ani. Asemenea expresii, pe lângă faptul că exprimă extensiuni, pot fi folosite pentru a surprinde intensiuni complexe sau pentru a pune în evidență valori ale unor parametri care, în alt mod, ar rămâne inexprimabili. De pildă, comparația „talentat ca Mihai Eminescu la 30 de ani” exprimă un anumit tip, specific, de talent.

Operațiile reale asupra termenilor afectează intensiunea acestora. Dacă un termen este negat, se obține termenul negativ corespunzător, a cărui intensiune este satisfăcută de orice obiect care nu satisface intensiunea termenului inițial și reciproc, $(f^*x) \equiv (fx)^*$. În acest fel, extensiunea termenului negativ este clasa complementară față de clasa termenului pozitiv.

Prin conjuncția a doi termeni se ajunge la un termen compus a cărui intensiune este reuniunea intensiunilor compuşilor. Dacă ținem seama de proprietățile relației de satisfacere, clasa corespunzătoare conjuncției a doi termeni este intersecția claselor termenilor. În acest fel, prin conjuncție, obținem termeni care au intensiunea mai bogată și extensiunea mai restrânsă decât ale conjuncțiilor. Disjuncția a doi termeni are drept intensiune intersecția intensiunilor termenilor. La fel, dacă utilizăm proprietățile relației de satisfacere, extensiunea disjuncției este reuniunea extensiunilor disjuncțiilor. De această dată, disjuncția servește pentru a construi termeni cu intensiunea mai săracă, dar cu o extensiune mai largă decât a termenilor inițiali. Prin intermediul operațiilor reale, cum sunt negația, conjuncția sau disjuncția, se modifică intensiunea termenilor, adică înțelesul lor, așa încât pot fi accesate înțelesuri noi. Expresiile obținute în urma unor asemenea operații sunt, la rândul lor, termeni, deoarece au rolul de a exprima intensiuni.

În urma diviziunii unui termen f printr-un termen g se obține termenul $f/g = (fg \vee fg^*)$. Deși intensiunea termenului divizat se modifică prin diviziune, extensiunea sa se conservă (principiul conservării extensiunii), respectiv, $\text{ext}(f/g) = \text{ext}(fg \vee fg^*) = \text{ext}(f)$. De exemplu, prin diviziunea termenului „animal” prin

„are pene” se ajunge la termenul „animale cu pene sau animale fără pene” care are aceeași extensiune ca și „animal”. Diviziunea completă a termenului f prin g , respectiv, $f//g = (f/g \vee f^*/g)$, este comutativă și asociativă. Extensiunea diviziunii complete a oricăror doi termeni este universul. Într-adevăr, $\text{ext}(f//g) = \text{ext}(f/g \vee f^*/g) = (\text{ext}(f/g) \cup \text{ext}(f^*/g))$, iar dacă ținem seama de principiul conservării extensiunii, ajungem la $\text{ext}(f//g) = \text{ext}(g//f) = (\text{ext}(f) \cup \text{ext}(f^*)) = (\text{ext}(f) \cup \text{ext}(f^*)) = U^5$.

Operațiile de selecție vizează atât extensiunea, cât și intensiunea termenilor. Dacă nu ținem seama de context, putem înțelege extensiunea unui termen ca o disjuncție de elemente. De pildă, extensiunea termenului „înalt de doi metri” este compusă din disjuncția tuturor obiectelor care ar putea avea înălțimea de doi metri într-un context oarecare. În acest fel, extensiunea ar fi formată din toate părțile unei clase. Într-un context anume se realizează numai una dintre aceste clase, care reprezintă extensiunea termenului relativ la acel context. De aceea, putem selecta o clasă, respectiv, o extensiune, precizând contextul. De exemplu, extensiunea termenului „regele României” este variabilă; extensiunea sa din 1878 nu este aceeași cu extensiunea din 1938, ba mai mult, astăzi, în 2023, extensiunea sa este vidă. În schimb, extensiunea termenului „regele României din 1938” este aceeași în orice moment, constând în clasa care îl are ca unic element pe Carol al II-lea.

Termenii pentru care a fost precizat contextul se numesc *descripții*⁶. Acestea au atât intensiunea, cât și extensiunea constante. De aceea, descripțiile pot fi utilizate pentru a exprima o intensiune sau o extensiune. Descripțiile definite au clasa alcătuită dintr-un singur element. Ele pot fi folosite, alături de nume, pentru a ne referi la un obiect. De exemplu, propozițiile „Carol al II-lea a fost un rege autoritar” și „Regele României din 1938 a fost autoritar” au aceeași referință⁷.

Spre deosebire de nume, care au înțelesul determinat și real, înțelesul termenilor constă în disjuncții de intensiuni. De aceea, intensiunile termenilor nu au loc în realitate, ci au loc doar instanțe sau nuanțe ale acestora. De pildă, nu există niciun obiect care să fie *roșu*, ci obiectele din extensiunea unei asemenea intensiuni satisfac, de fapt, nuanțe ale acesteia. Compararea ne permite să ne apropiem de nuanțele intensiunilor. Bunăoară, intensiunea termenului „roșu ca focul” reduce variantele deschise prin „roșu”, are un caracter mai informativ, chiar dacă nici de această dată nu reușim să atingem nivelul ultim al nuanțelor. Nuanțele ultime pot fi exprimate cu ajutorul comparațiilor în care intervin descripții nominale, deoarece un obiect satisface, într-un context oarecare, o nuanță, nu o disjuncție de nuanțe. De exemplu, am putea folosi comparația „roșu ca Soarele la răsăritul de la solstițiul de vară din anul 2023 din Constanța” pentru a surprinde o nuanță de roșu.

Compararea se obține selectând o parte dintre elementele intensiunii unui termen f cu ajutorul unui termen g , a cărui extensiune conține elemente care satisfac tocmai intensiunile pe care dorim să le selectăm, „ f ca g ”. De pildă, prin comparația „roșu ca focul” sunt circumscrise nuanțe de roșu prin aceea că focul satisface nuanțele respective. Extensiunea comparației „ f ca g ” include extensiunea

⁵ John Venn, *Symbolic Logic*, Cambridge, McMillan, 1881, p. 75.

⁶ Bertrand Russell, „Principia Mathematica. Aspecte filosofice”, în M. Tîrnoveanu, Gh. Enescu (eds.), *Logică și filosofie*, București, Ed. Politică, 1966, p. 89.

⁷ Bertrand Russell, „On Denoting”, *Mind*, vol. 114, nr. 1–4, 2005, p. 873.

termenului g și este inclusă în extensiunea termenului f . De obicei, prin comparație, reușim să obținem extensiuni intermediare față de extensiunile a doi termeni. De exemplu, extensiunea termenului „verde ca iarba” este parte a extensiunii termenului „verde” și include extensiunea termenului „iarbă”, deoarece iarba este verde ca iarba.

În unele situații, comparația poate fi utilizată pentru a exprima intensiuni contrare termenului comparat. De pildă, prin comparația „frig ca într-un cuptor încins” nu avem în vedere o anumită formă de frig, ci, dimpotrivă, o formă de căldură. Comparațiile de acest fel reușesc deoarece frigul și căldura aparțin aceleiași scale intensionale. În asemenea comparații, termenul comparat nu este folosit cu înțelesul său convențional.

2. OPERAȚII VIRTUALE

Deoarece operațiile virtuale nu modifică valorile parametrilor semiotici ai expresiilor, acestea pot avea loc atât asupra parametrului principal, cât și asupra celui secundar. Expresia asupra căreia se aplică o operație virtuală rămâne aceeași, cu aceleași valori ale parametrilor săi. De aceea, operațiile virtuale dau naștere unor expresii de altă categorie decât expresia la care se aplică.

Operatorul virtual pentru intensiune este *predicatul*. Prin intermediul predicatului presupunem că intensiunea unei expresii se îmbogățește prin adăugarea altei intensiuni. Deoarece termenii au ca înțeles intensiuni, înseamnă că un predicat trebuie să conțină un termen, numit *termen predicativ*. Sintaxa unui predicat este (predicat = (functor predicativ + termen predicativ)). Functorii predicativi transformă un termen într-un predicat. De pildă, predicatul „ x este roșu” poate fi analizat în functorul „este” și termenul „roșu”. Prin intermediul predicatului „ x este roșu” presupunem că la intensiunea argumentului x se adaugă intensiunea termenului „roșu”.

Pentru a presupune modificări ale extensiunii unei expresii, folosim *cuantificatorii*⁸. Prin intermediul unui cuantificator presupunem că extensiunea expresiei la care se aplică se modifică într-un anumit grad, de pildă, până la un anumit număr de elemente. Cuantificatorii sunt exprimați prin numere și simulează că o extensiune are un anumit cardinal. De pildă, prin expresia „doi elevi” presupunem că extensiunea termenului „elev”, într-un anumit context, are două elemente. Inclusiv cuantificatorii întâlniți în propozițiile categorice, cum sunt cel universal sau particular, sunt, de fapt, numerici: unii x = cel puțin un x ; toți x = cardinalul extensiunii lui x ; nici un x = zero x .⁹

Putem utiliza drept cuantificator orice număr rațional. De pildă, „jumătate x ” sau „o treime x ” sunt, la fel, expresii cuantificate, unde se presupune că extensiunea se modifică într-o anumită proporție. De asemenea, cuantificatorii pot fi și numere negative, ca în exemplele: „minus trei x ” sau „minus jumătate din x ” etc.

⁸ Edward Keenan, „Quantifiers”, în K. Heusinger, C. Maienborn, P. Portner (eds.), *Semantics. An International Handbook of Natural Language Meaning*, vol. 2, Berlin, de Gruyter, 2011, p. 1058.

⁹ Anna Szabolcsi, *Quantification*, Cambridge, Cambridge University Press, 2010, p. 33.

Cuantificatorii, la rândul lor, se supun unor operații. Acestea pot fi intracontextuale, atunci când măresc sau scad determinarea unui cuantificator sau intercontextuale, când modifică mărimea cuantificatorilor. În interiorul aceluiași context, mărimea cuantificatorilor nu poate fi modificată fără a viola principiul lui Frege. Determinarea cuantificatorilor exprimați prin numere este slăbită prin disjuncție și întărită prin conjuncție. De exemplu, prin disjuncția cuantificatorilor „unu” și „doi” ajungem la cuantificatorul „unu sau doi” care nu este determinat. Conjuncția cuantificatorilor „mai mare decât trei” și „mai mic decât cinci” este „trei sau patru sau cinci”, adică, prin conjuncție obținem cuantificatori cu un grad de determinare mai mare. Asupra cuantificatorilor se poate aplica și negația. De exemplu, negația cuantificatorului „patru” este „strict mai mare decât patru sau strict mai mic decât patru”. Deoarece extensiunea termenilor este variabilă în funcție de context, mărimea extensiunii unui termen se modifică prin trecerea de la un context la altul. Pentru a presupune asemenea schimbări, cuantificatorii se supun operației de adunare și, în unele cazuri, operației de scădere¹⁰.

Deoarece numele are extensiunea alcătuită dintr-un singur obiect, nu putem presupune modificarea extensiunii unui nume; dacă am modifica extensiunea unui nume, am ajunge fie la extensiune vidă, fie la o extensiune cu mai mult decât un element. În ambele cazuri, expresia respectivă nu ar fi nume, or, operatorii virtuali nu schimbă categoria expresiei la care se aplică. Ar fi absurd să spunem „nici un Mihai Eminescu”, „zece Mihai Eminescu” sau „unii Mihai Eminescu” atâta vreme cât utilizăm expresia „Mihai Eminescu” drept nume. De aceea, asupra numelor acționează doar un singur cuantificator pentru a presupune conservarea extensiunii și care rămâne subînțeles.

În schimb, putem presupune modificări ale intensiunii numelor prin aplicarea unui predicat. Intensiunea numelor este naturală, nu poate fi modificată în mod real, ci numai virtual folosind predicate. De exemplu, prin „Mihai Eminescu a fost jurnalist” presupunem că intensiunea numelui „Mihai Eminescu” este îmbogățită cu intensiunea termenului „jurnalist”. Prin aplicarea unui predicat, intensiunea numelui „Mihai Eminescu” nu se modifică în realitate, ar însemna că putem modifica lumea prin intermediul limbajului.

Dacă avem de-a face cu un termen, extensiunea este parametrul său natural, prin urmare, extensiunea poate fi doar cuantificată, nu poate fi modificată în mod real. În urma aplicării cuantificatorilor asupra unui termen, obținem acel termen cuantificat. De exemplu, în cazul termenului cuantificat „șapte planete”, extensiunea termenului „planetă” rămâne neschimbată, în ciuda prezenței cuantificatorului. Prin cuantificare, nu se poate modifica extensiunea termenilor deoarece s-ar ajunge la situația în care unei intensiuni i-ar corespunde mai multe extensiuni diferite în același context, împotriva principiului lui Frege și a principiilor logicii.

Prin cuantificare numerică se presupune că extensiunea unui termen se reduce la un anumit număr de elemente. Cuantificatorul universal afirmativ presupune că extensiunea termenului la care se aplică rămâne neschimbată, de pildă, prin termenul cuantificat „toți locuitorii orașului” se presupune că extensiunea termenului

¹⁰ Edward Keenan, „Quantifiers”, p. 1060.

„locuitorii orașului” rămâne aceeași. Cuantificatorul universal negativ este folosit pentru a presupune că extensiunea unui termen se reduce la clasa vidă, ca în exemplul „nici un locuitor al orașului”, totuna cu „zero locuitori ai orașului”. Cuantificatorul particular afirmativ presupune că extensiunea unui termen nu este vidă, iar presupunerea adusă de cuantificatorul particular negativ este că extensiunea termenului se restrânge (nu se conservă).

În urma acțiunii operatorilor virtuali asupra unei expresii numită *subiect*, rezultă o *propoziție*. Propozițiile sunt expresii care presupun că, la o anumită modificare a intensiunii subiectului, corespunde o schimbare sau o conservare a extensiunii acestuia. Presupunerea privind intensiunea este realizată cu ajutorul unui predicat, iar cea privind extensiunea este rodul unui cuantificator. Forma generală a unei propoziții este $kS\epsilon P$, unde k este un cuantificator, S este subiectul, P este termenul predicativ, iar ϵP este predicatul. Presupunerea unei propoziții de forma „ $kS\epsilon P$ ” este „dacă am adăuga intensiunea termenului P la intensiunea subiectului S , extensiunea subiectului s-ar modifica potrivit cuantificatorului k ”. Propozițiile presupun că, la o anumită schimbare a valorii unui parametru semiotic al unei expresii, corespunde o schimbare a valorii celui alt parametru.

Deoarece propozițiile conțin presupuneri sau, altfel spus, prin intermediul propozițiilor nu facem decât să presupunem că parametrii semiotici au anumite valori, fără a schimba sau preciza propriu-zis aceste valori, propozițiile au valoare de adevăr. O propoziție este adevărată dacă presupunerea ei are loc și este falsă dacă această presupunere nu are loc. De pildă, o propoziție „ $kS\epsilon P$ ” este adevărată dacă în urma adăugării la intensiunea subiectului a intensiunii predicatului, extensiunea subiectului ajunge k . Dacă, prin îmbogățirea intensiunii lui S cu P , extensiunea lui S nu ar fi k , ci ar fi $k+1$ (sau orice altă valoare), atunci propoziția respectivă ar fi falsă.

Am văzut că operația prin care adăugăm intensiunea unei expresii la intensiunea unei alte expresii este conjuncția. Prin urmare, presupunerea propoziției „ $kS\epsilon P$ ” este totuna cu presupunerea că extensiunea conjuncției SP este k și reciproc, $kS\epsilon P \equiv (\text{ext}(SP) = kS)$. De exemplu, propoziția „Zece elevi au luat nota zece” este adevărată dacă și numai dacă termenul „elev care a luat nota zece” are clasa alcătuită din zece elemente sau dacă și numai dacă adăugând la intensiunea subiectului „elev” intensiunea *a luat nota zece*, extensiunea subiectului s-ar reduce la zece elemente¹¹.

Valoarea de adevăr a unei propoziții este dată de valorile parametrilor expresiilor și de operatorii virtuali. Nu este nevoie să ieșim în afara limbajului pentru a stabili adevărul unei propoziții. Dacă valoarea de adevăr ar fi rodul a ceea ce se întâmplă „în realitate”, evaluarea unei propoziții ar presupune că opiniile noastre cu privire la realitate pot fi justificate prin alte mijloace decât prin valorile de adevăr și limbaj. Valoarea de adevăr este rodul modului în care utilizăm expresiile limbajului, a înțelesului pe care îl dăm acestora. De exemplu, propoziția „Mihai Eminescu a fost jurnalist” este adevărată datorită înțelesurilor expresiilor care o

¹¹ Gottfried Wilhelm Leibniz, „Noțiuni fundamentale ale logicii”, în M. Timoveanu, Gh. Enescu (eds.), *op. cit.*, 1966, p. 20.

compun și a relațiilor dintre ele ori, echivalent, datorită valorilor parametrilor semiotici ai acestor expresii și a operațiilor care generează propoziția.

Propozițiile care au ca subiect nume sunt *elementare*. Deoarece singurul cuantificator posibil în cazul numelor rămâne subînțeles, sintaxa unei propoziții elementare este „ $a \varepsilon f$ ” sau „ a este f ”, unde a este nume, iar f este termen. Printr-o propoziție elementară presupunem adăugarea intensiunii termenului predicativ la intensiunea numelui.

Dacă o asemenea propoziție este adevărată, atunci a satisface reuniunea dintre intensiunile numelui a și a termenului f . Totodată, a satisface intensiunea numelui a . De aici rezultă că $(\text{int}(a) \cup f) = \text{int}(a)$, respectiv, $f \subseteq \text{int}(a)$. Prin urmare, propozițiile elementare au rolul de a analiza intensiunea numelor. Dacă propoziția „Mihai Eminescu a fost jurnalist” este adevărată, înseamnă că intensiunea numelui „Mihai Eminescu” include *jurnalist*.

Intensiunea unui nume este alcătuită din proprietățile denotatului numelui. Cu alte cuvinte, intensiunea numelui este *transferată* unui obiect. În acest fel, dacă analizăm intensiunea unui nume, analizăm proprietățile sau stările unui obiect, respectiv, dobândim cunoștințe despre acel obiect. În exemplul de mai sus, din aceea că intensiunea numelui „Mihai Eminescu” include *jurnalist*, rezultă că Mihai Eminescu a fost jurnalist, adică am ajuns să știm ceva despre Mihai Eminescu. De aceea, propozițiile elementare au rol cognitiv, fiind propoziții *cognitive*. Credința în adevărul unei propoziții elementare înseamnă cunoaștere.

Propozițiile care au ca subiect termeni au forma „ $kS \varepsilon P$ ”, fiind numite *categorice*. Acestea presupun, așa cum am văzut, că, dacă am adăuga intensiunea termenului P la intensiunea termenului S , extensiunea acestuia ar deveni kS . După cuantificator, propozițiile categorice sunt determinate sau nedeterminate. De exemplu, „Zece elevi au luat nota zece” este determinată, în schimb „Cel puțin zece elevi au luat nota zece” este nedeterminată.

Cuantificatorul universal afirmativ presupune că extensiunea subiectului nu se modifică dacă se adaugă intensiunea termenului predicativ. Presupunerea propoziției universal-afirmative „Toți S sunt P ” este $\text{ext}(S \cup P) = \text{ext}(S)$. Dacă admitem o asemenea propoziție ca adevărată și ținem seama că $\text{ext}(S \cup P) = (\text{ext}(S) \cap \text{ext}(P))$, ajungem la $(\text{ext}(S) \cap \text{ext}(P)) = \text{ext}(S)$, adică, $(\text{ext}(S) \subseteq \text{ext}(P))$ și reciproc. Vedem că propozițiile universal-afirmative permit analiza extensiunii termenului predicativ prin extensiunea subiectului. Dacă admitem că „Toate balenele sunt mamifere”, atunci printre mamifere trebuie să se afle și balenele sau, dacă un obiect este balenă, atunci este și mamifer.

Conform legii raportului invers, propozițiile universal afirmative sunt, de asemenea, instrumente pentru analiza intensiunii termenilor, în cazul în care sunt tautologii. Dacă SaP este tautologie, atunci din $(\text{ext}(S) \subseteq \text{ext}(P))$ rezultă $(P \subseteq S)$, respectiv, obținem o analiză a intensiunii subiectului propoziției. De pildă, propoziția „Toți astronauții care au ajuns pe Lună sunt bărbați” este adevărată în 2023, dar nu este tautologie. Prin intermediul ei, analizăm extensiunea termenului „bărbați” prin extensiunea termenului „astronaut care a ajuns pe Lună”. Nu obținem o analiză a intensiunii termenului „astronaut care a ajuns pe Lună”; nimic nu împiedică, în viitor,

ca unele femei să ajungă pe Lună. Pe de altă parte, tautologia „Toți burlacii sunt bărbați” ne oferă atât o analiză a extensiunii termenului „bărbat” prin extensiunea termenului „burlac”, cât și o analiză a extensiunii termenului „burlac” prin extensiunea *bărbat*.

Constatăm că propozițiile, respectiv, operațiile virtuale, exprimă diferite relații între expresii. O propoziție elementară exprimă relația de incluziune a extensiunii unui termen în extensiunea unui nume sau relația de apartenență a extensiunii unui nume la extensiunea unui termen. Deoarece acestea sunt echivalente, printr-o propoziție elementară exprimăm relația de satisfacere: extensiunea unui nume satisface extensiunea unui termen.

Propozițiile categorice exprimă diferite relații între termeni. De exemplu, printr-o propoziție particular-afirmativă este exprimată relația de compatibilitate, iar prin una universal-negativă, relația de incompatibilitate. Propoziția „Unii *S* sunt *P*” este echivalentă cu „*S* este compatibil cu *P*”, iar „Nici un *S* nu este *P*” este același lucru cu „*S* este incompatibil cu *P*”.

Valorile de adevăr ale propozițiilor sunt variabile, se schimbă de la un context la altul, în măsura în care propozițiile conțin presupuneri cu privire la parametrii variabili ai expresiilor. De exemplu, propoziția „Ion Iliescu este președintele României” este falsă în 2023, dar era adevărată în 1993. Valoarea de adevăr se schimbă deoarece extensiunea numelui „Ion Iliescu” este diferită în 2023 față de 1993 și extensiunea termenului „președintele României” s-a modificat din 1993 până astăzi.

3. OPERAȚII CU PROPOZIȚII

Parametrul intențional sau înțelesul unei propoziții constă în *presupunerea* rezultată prin operațiile virtuale asupra subiectului: dacă extensiunea subiectului s-ar modifica în acord cu predicatul, extensiunea sa ar corespunde cuantificatorului. De pildă, dacă ne punem problema ce înțelegem prin propoziția „Unii oameni sunt logicieni”, am indica presupunerea că, adăugând *logicieni* la *oameni*, am ajunge la o extensiune nevidă sau presupunerea că există oameni care sunt logicieni¹². Presupunerea unei propoziții se realizează numai relativ la un context, față de care propoziția este adevărată. Contextele în care presupunerea unei propoziții are loc sau contextele în care acea propoziție este adevărată satisfac presupunerea respectivă. Acestea alcătuiesc *domeniul* propoziției, $(x \in Dp) \equiv px$. Prin analogie, presupunerile se comportă față de propoziții la fel ca extensiunile față de termeni, iar domeniul propozițiilor este analog extensiunii termenilor. Putem extinde principiul lui Frege: unei presupuneri îi corespunde un domeniu determinat.

Operațiile reale asupra propozițiilor modifică presupunerile sau precizează ori circumscriu domeniul acestora. Primele, odată ce intervin asupra presupunerilor, au efect și asupra domeniului. Utilizând operații virtuale asupra propozițiilor,

¹² În unele cazuri, prevalează presupunerea intensională a propozițiilor, în fața celei extensionale. De pildă, „Unii zmei au buzdugane” nu înseamnă că există zmei cu buzdugane, ci aici capătă pondere presupunerea că extensiunile *zmei* și *are buzdugan* sunt compatibile în fața presupunerii extensionale.

presupunem angrenarea acestora în diferite relații. Deoarece relațiile sunt presupuse, înseamnă că expresiile obținute prin aplicarea operatorilor virtuali asupra propozițiilor sunt, de asemenea, propoziții. Cu toate acestea, operațiile asupra propozițiilor și relațiile dintre propoziții nu trebuie confundate. Există tendința de a nu distinge între cele două situații, deoarece atât exprimarea operațiilor, cât și exprimarea relațiilor dintre propoziții generează propoziții. Asemenea confuzii conduc la paradoxuri.

Dintre operațiile reale asupra propozițiilor ne oprim, ca mai sus, la negație, conjuncție și disjuncție. Negația modifică presupunerea propoziției la care se aplică astfel încât noua presupunere are loc în contextele în care presupunerea inițială nu avea loc și reciproc. De exemplu, presupunerea unei propoziții elementare „ a este f ” că intensiunea f este inclusă în intensiunea numelui a este transformată, în urma negației, în presupunerea că intensiunea f nu este inclusă în intensiunea numelui a . Domeniul negației este complementar domeniului propoziției negate, $Dp^* = D^*p$.

În urma conjuncției unei propoziții p cu altă propoziție q , presupunerii propoziției p i se adaugă presupunerea q , respectiv, presupunere $(p \& q) = (\text{presupunere}(p) \& \text{presupunere}(q))$. Presupunerea conjuncției „ $p \& q$ ” se realizează numai în contextele în care se realizează atât p , cât și q . În acest fel, domeniul conjuncției este intersecția domeniilor conjunctelor, $D(p \& q) = (Dp \cap Dq)$. Presupunerea disjuncției are loc acolo unde se realizează măcar una dintre presupunerile disjunctelor. Domeniul disjuncției propozițiilor p și q este reuniunea domeniilor celor două, $D(p \vee q) = (Dp \cup Dq)$.

Prin operații reale asupra presupunerilor propozițiilor rezultă alte presupuneri. Prin urmare, expresiile obținute în urma unor asemenea operații sunt, la rândul lor, propoziții, numite *propoziții compuse*. Presupunerile acestora sunt dependente de presupunerile propozițiilor asupra cărora se aplică operatorii reali, deci valoarea de adevăr a propozițiilor rezultate depinde de valoarea de adevăr a propozițiilor inițiale. Ținând seama că o propoziție are o valoare determinată de adevăr relativ la un context, obținem că valoarea de adevăr a operațiilor reale este *funcție* de valoarea de adevăr a propozițiilor date, atunci când contextul este precizat. De pildă, valoarea de adevăr a negației unei propoziții față de un context anume este funcție de valoarea de adevăr a propoziției negate. La fel, valoarea de adevăr a conjuncției sau disjuncției a două propoziții este funcție de valorile de adevăr ale acestora.

Cu privire la presupunerea unei propoziții putem presupune dacă are loc sau nu, respectiv, dacă propoziția este adevărată sau nu. Asemenea presupuneri sunt realizate prin predicate precum „ p este adevărată” sau „ p are loc”. La rândul lor, cuantificatorii se aplică în mod virtual domeniului propozițiilor. Aceștia presupun dimensiunile domeniului. În urma intervenției predicatelor de propoziții și a cuantificatorilor rezultă *propoziții despre propoziții*, care nu se confundă cu propozițiile compuse, fiind rezultatul unor operatori virtuali. Într-o asemenea propoziție, asupra unei propoziții-subiect se aplică un cuantificator și un predicat. Rezultatul acestor operații virtuale este presupunerea că, dacă propoziția-subiect ar fi presupusă adevărată (falsă), atunci domeniul acesteia ar avea o anumită dimensiune. Forma generală a unei propoziții de acest tip este „ $k p \varepsilon A$ ”, unde k este cuantificatorul privind domeniul propoziției p , iar „ εA ” este predicatul „este adevărată”.

Cuantificarea universală afirmativă conduce la „ p este adevărată în orice context” sau „ p are loc în orice context”; în primul caz, se are în vedere propoziția p , în al doilea, presupunerea conținută de propoziția p . Presupunerea prezentă aici este că domeniul propoziției p coincide cu clasa tuturor contextelor, adică, se presupune că p este tautologie, astfel încât, „ p este adevărată în orice context” \equiv „ p este tautologie”¹³.

Cuantificarea particulară afirmativă generează propoziția „ p este adevărată în unele contexte”, ceea ce este totuna cu „ p nu este contradicție”. În cazul cuantificării universale negative, se ajunge la „ p nu este adevărată în nici un context”, echivalentă cu „ p este contradicție”, iar pentru cuantificarea particulară negativă, rezultatul este „ p nu este adevărată în unele contexte”, respectiv, „ p nu este tautologie”. Prin cuantificarea contextelor obținem propoziții care presupun că propoziția-subiect are o anumită valoare logică. La fel ca pentru extensiunea termenilor, domeniul unei propoziții poate fi cuantificat numeric. De pildă, prin propoziția „În intervalul temporal T , propoziția p a fost adevărată în două momente”, se presupune că domeniul propoziției p pentru intervalul temporal T conține două elemente.

Așa cum, folosind operatori virtuali, am exprimat relațiile dintre termeni, putem exprima relațiile dintre propoziții. De exemplu, propozițiile p și q sunt compatibile dacă domeniile lor au elemente comune și sunt incompatibile dacă domeniile lor sunt disjuncte. Dacă ținem seama că domeniul conjuncției este intersecția domeniilor conjuncțiilor, compatibilitatea este presupusă prin „ p și q sunt compatibile” \equiv „ $(p \ \& \ q)$ este adevărată în unele contexte” \equiv „ $(p \ \& \ q)$ nu este contradicție”, iar pentru incompatibilitate, ajungem la „ p și q sunt incompatibile” \equiv „ $(p \ \& \ q)$ nu este adevărată în nici un context” \equiv „ $(p \ \& \ q)$ este contradicție”. Relația de subalternare este presupusă prin „ q este subalternă față de p ” \equiv „ q^* și p sunt incompatibile” \equiv „ $(q^* \ \& \ p)$ este contradicție” \equiv „ $(p \ \supset \ q)$ este tautologie”.

Dacă relația de subalternare este simbolizată prin implicația materială, se ajunge la paradox. De pildă, deoarece formula PIM = „ $p \ \supset \ (q \ \supset \ p)$ ” este validă, ar trebui ca o propoziție adevărată să fie subalternă a oricărei alte propoziții¹⁴. Paradoxul apare din confuzia între propozițiile compuse, care sunt urmarea acțiunii operatorilor reali, și propozițiile despre propoziții, rezultate prin aplicarea operatorilor virtuali¹⁵. Valoarea de adevăr a unei propoziții compuse depinde de valoarea de adevăr a compuşilor, pe când valoarea de adevăr a unei propoziții despre alte propoziții nu depinde de valoarea de adevăr a acestora. De exemplu, pe câtă vreme propoziția compusă „ $p \ \supset \ q$ ” are o valoare determinată de adevăr pentru fiecare valoare a componentelor p și q , valoarea propoziției „ q este subalternă propoziției p ” nu depinde de valorile de adevăr luate de p și q . Diferența vine de acolo că presupunerea implicației materiale privește presupunerile propozițiilor p și q , în vreme

¹³ Clarence Irving Lewis, „Implicație și deductibilitate”, în M. Tîrnoveanu, Gh. Enescu (eds.), *op. cit.*, 1966, p. 262.

¹⁴ *Ibidem*, p. 261.

¹⁵ Kai v. Fintel, „Conditionals”, în K. Heusinger, C. Maienborn, P. Portner (eds.), *Semantics. An International Handbook of Natural Language Meaning*, vol. 2, Berlin, de Gruyter, 2011, p. 1515.

ce presupunerea propoziției de subalternare are în vedere domeniile propozițiilor respective ca rezultat al acțiunii unui cuantificator. De pildă, „ $p \supset q$ ” presupune că se realizează presupunerea p^* sau q , iar „ q este subalterna propoziției p ” presupune că Dp este inclus în Dq .

Pentru a formaliza o propoziție de forma „Dacă p atunci q ”, trebuie să ținem seama de presupunerea acesteia, „ p și q^* sunt incompatibile”, care este același lucru cu „ $p \& q^*$ este falsă în orice context”. Prin formalizare, ajungem la „ $(p \& q^*)$ are interpretarea *fals* pentru orice interpretare posibilă”, care duce la formula $(i)(p \& q^*)^*$, respectiv, $(i)(p \supset q)$, unde „ i ” reprezintă o interpretare oarecare a variabilelor p și q . Putem decide asupra formulei $(i)(p \supset q)$ eliminând cuantificatorul universal, $(i)(p \supset q) \equiv ((1 \supset 1)I_{11} \& (1 \supset 0)I_{10} \& (0 \supset 1)I_{01} \& (0 \supset 0)I_{00}) \equiv (0I_{10} \& 1I_{10}^*)$. Formula respectivă are interpretarea *fals* dacă există interpretări I_{10} (unde p are interpretarea *adevărat* și q are interpretarea *fals*) și are interpretarea *adevărat* dacă nu există interpretări I_{10} .¹⁶ Prin urmare, „Dacă p atunci q ” este adevărată dacă nu există niciun context în care p este adevărată și q este falsă.

Să arătăm că, în acest fel, paradoxul implicației materiale este eliminat. Dacă simbolizăm subalternarea utilizând cuantificarea variabilelor propoziționale, PIM devine $PIM_1 = ((p)(p \supset (i)(q \supset p)))$. Dacă decidem asupra formulei PIM_1 , ajungem la „ $(1 \supset (i)(q \supset p))P_1 \& (0 \supset (i)(q \supset p))P_0$ ”. Decizia decurge astfel:

- 1) $P_1 \neq \emptyset: (i)(q \supset p) \& 1P_0$
- 1.1. $P_0 \neq \emptyset: (i)(q \supset p) \& 1 = (i)(q \supset p) = (0I_{01} \& 1I_{01}^*)$
- 1.1.1. $I_{01} \neq \emptyset: \mathbf{0}$
- 1.1.2. $I_{01} = \emptyset: \mathbf{1}$
- 1.2. $P_0 = \emptyset: (i)(q \supset 1) = \mathbf{1}$
- 2) $P_1 = \emptyset: \mathbf{1}$

Formula PIM_1 are interpretarea *adevărat* dacă p este contradicție sau tautologie. Dacă p este factuală, atunci PIM_1 are interpretarea *adevărat* numai dacă p este subalternă față de q , în alte cazuri, PIM_1 primește interpretarea *fals*. Prin urmare, urmând distincția dintre operații și relații în formalizarea propozițiilor, paradoxul implicației materiale este respins. O propoziție este subalternă oricărei propoziții numai dacă este tautologie. Concluzia că o propoziție care nu este tautologie este consecință a oricărei propoziții derivă numai dintr-o contradicție.

Propozițiile au valori determinate de adevăr numai dacă sunt raportate la un context. Expresia „ p este adevărată” nu are valoare de adevăr determinată, chiar dacă p este propoziție. O asemenea expresie dobândește valoare de adevăr fie prin cuantificarea contextelor, așa cum am văzut, fie prin precizarea acestora. Bunăoară, „ p este adevărată în contextul x ” are valoare de adevăr determinată. De exemplu, expresia „Ion Iliescu este președintele României” nu are o valoare de adevăr determinată, în timp ce, „Ion Iliescu este președintele României în 2023” este o propoziție falsă.

¹⁶ Alfred Tarski, „Cu privire la noțiunea de consecință logică”, în M. Tîrmoveanu, Gh. Enescu (eds.), *Logică și filosofie*, ed. cit., p. 290.

O propoziție este adevărată dacă un context din domeniul ei are loc sau se realizează. Deoarece, pentru un evaluator dat, la fiecare moment, se realizează un singur context, rezultă că, în cazul în care evaluatorul este precizat, valoarea de adevăr a unei propoziții depinde doar de timp. Prin urmare, pentru a determina valoarea de adevăr a unei propoziții pentru un evaluator, este suficient să fie precizat momentul, propoziția $(p, t) = „p$ este adevărată la momentul $t”$ are o valoare determinată de adevăr.

Pentru a stabili valoarea de adevăr a unei propoziții (p, t) , de obicei, se pornește de la ipoteza că (p, t) este o propoziție compusă, de forma „ p și este momentul t ”. Cu alte cuvinte, se presupune că (p, t) este o conjuncție între propozițiile p și $h = „este momentul t ”, respectiv, $(p, t) = (p \& h)$. În acest fel, a decide asupra propoziției (p, t) este totuna cu a decide asupra propoziției „ $p \& h$ ”.$

Dacă formalizăm, sub această ipoteză, propoziția adevărată $R = „Ion Iliescu a fost președintele României în anul 1993 și Ion Iliescu nu este președintele României în anul 2023”,$ ajungem la formula irealizabilă „ $(p \& h_1) \& (p^* \& h_2)$ ”, căzând în paradox (paradoxul conjuncției). Prin urmare, ipoteza că propozițiile de forma (p, t) sunt compuse trebuie respinsă, rămânând varianta că sunt *propoziții despre propozițiile p și h* .

Propoziția (p, t) nu conține o presupunere cu privire la presupunerile propozițiilor p și h , cum se întâmplă în cazul propozițiilor compuse, ci o presupunere cu privire la domeniile propozițiilor p și h . O propoziție (p, t) este adevărată dacă p este adevărată la momentul t , respectiv, dacă D_p conține contextul care se realizează la momentul t . În acest fel, presupunerea propoziției (p, t) este că $D_h \subseteq D_p$, respectiv, că p este subalternă față de h , $(p, t) \equiv „Dacă h atunci p ” sau „ p este adevărată la momentul t ” \equiv „Dacă este momentul t atunci p este adevărată”.$

Pe de altă parte, deoarece D_h nu este vid, conținând contextul care se realizează la t , înseamnă că (p, t) presupune, de asemenea, că $D_h \cap D_p \neq \emptyset$, respectiv, „ p este compatibilă cu h ”, ajungând la „ p este adevărată la momentul t ” \equiv „ p este compatibilă cu aceea că este momentul t ”.

Dacă formalizăm propoziția R având în vedere acest rezultat, obținem formula $F(R) = ((p \circ h_1) \& (p^* \circ h_2))$, adică, $F(R) = ((E_i)(p \& h_1) \& (E_i)(p^* \& h_2))$. Dacă ținem seama că h_1 și h_2 sunt contrare, atunci, prin eliminarea cuantificatorului existențial, ajungem la $F(R) = ((I_{110} \vee O_{110}^*) \& (I_{001} \vee O_{001}^*))$. Rezultă că $F(R)$ are interpretarea *adevărat* dacă $I_{110} \neq \emptyset$ (I_{110} conține interpretările în care p și h_1 sunt adevărate și h_2 este falsă) și $I_{001} \neq \emptyset$ (I_{001} include interpretările în care p și h_1 sunt false și h_2 este adevărată). Nimic nu împiedică realizarea acestei condiții, prin urmare, $F(R)$ este realizabilă. Paradoxul conjuncției este înfrânt.