

PROGRESUL CANTITATIV INFINIT ÎN ȘTIINȚA LOGICII DE HEGEL

DRAGOȘ POPESCU

Institutul de Filosofie și Psihologie „Constantin Rădulescu-Motru” al Academiei Române

The infinite quantitative progress in *Science of Logic* by Hegel. The paper treats the quantitative and qualitative aspects of the categorial determination of the Infinity, as it is exposed in *Science of Logic* by Hegel. The hegelian perspective on the question is briefly compared with the mathematical point-of-view on the infinite.

Keywords: Hegel, infinity, quality, quantity, contradiction.

Problema progresului cantitativ infinit, denumită de Hegel și „falsa infinitate”¹, este examinată în cadrul categoriei Cantității, care ține de Doctrina ființei a Logicii obiective. Importanța acestei probleme este foarte mare, nu doar din punct de vedere al științei logicii ca atare, adică din punctul de vedere al filosofiei sistematice, ci și din punctul de vedere al matematicii și, prin ea, al tuturor științelor în care matematica joacă un rol fundamental. Dintre acestea, fizica (newtoniană) este, desigur, vizată direct în dezvoltarea hegeliană a subiectului.

¹ *Știința logicii*, traducere de D.D. Roșca, Editura Academiei RSR, București, 1966, p. 217. „Veritabilul infinit” este *procesul* ale cărui momente (întrucât sunt detașate din proces) sunt existenți imobili. Existenții imobili (secvențe ale procesului, elemente ale lui) detașați din procesul în care sunt angrenați (finitul) și procesul însuși din care sunt detașați nu se pot confunda, sunt *ceva și altceva*. Dar acești *ceva și altceva* își au propria lor devenire (opoziție finit–infinit). Sau, rezumând cele spuse: „Adevărata infinitate” este înțeleasă de Hegel ca „în general ființă determinată luată ca afirmativă și opusă negației abstracte, este realitatea în sens mai înalt decât cea determinată mai înainte ca simplă” (*ibidem*, p. 132). Cele două determinații ale infinității (*ființă determinată și realitate*) – este important de reținut – sunt *determinații categoriale* ale Logicii obiective, nu simple predicate. Mai mult decât atât, țin de domenii categoriale diferite (*Ființa*, respectiv *Esența*). Enunțuri de tipul „Infinitatea este ființa determinată” sau „Infinitatea este realitatea” nu se dovedesc ca adevărate (sunt probate, testate etc.) prin procedee care probează enunțurile de tipul „Zăpada este albă” sau „Calul este mamifer” (pentru care dovezile sau probele sunt furnizate pe cale empirică, în contextul în care „alb” și „mamifer” nu sunt determinații categoriale, ci noțiuni comune, rezultate ale unei utilizări a gândirii în care categoriile sunt subînțelese), infirmând totodată negațiile corespunzătoare („Zăpada *nu* este albă”, „Calul *nu* este mamifer”). Enunțurile negative „Infinitatea nu este realitatea” și „Infinitatea nu este ființa determinată” au, din punct de vedere speculativ, aceeași valoare ca cele afirmative, în măsura în care negația este *abstractă*, adică o operațiune efectuată doar la nivel de limbaj ($p, \sim p$).

Chestiunea justificării acestor enunțuri (care sunt *judecăți* speculative) se pune, de altfel, în Logica subiectivă, cealaltă parte a științei logicii.

O minimă familiarizare cu *Știința logicii* este suficientă pentru a ne convinge că, în Logica obiectivă, categoriile (Calitatea, Cantitatea, Măsura, Esența ca reflectare în ea însăși, Fenomenul etc.) nu sunt simple predicate ale unor „judecăți” obișnuite, ci structuri aflate în raporturi complexe, care se desfășoară ca procese. Problema progresului cantitativ trebuie să țină cont de acest specific al Logicii obiective. În paginile care urmează, vom parcurge expunerea hegeliană a problemei ținând cont de el.

DISTINCȚIA DINTRE INFINITUL CALITATIV ȘI INFINITUL CANTITATIV

Deosebirea dintre infinitul calitativ și infinitul cantitativ constă, potrivit lui Hegel, în faptul că, în cazul infinitului calitativ, opoziția dintre finit și infinit are ea însăși un caracter calitativ. Aceasta înseamnă că, din punct de vedere calitativ, infinitul nu este negația finitului (non-finitul), ci este *altceva* decât finitul. Ca urmare, trecerea finitului în infinit (și reciproc, a infinitului în finit) nu se produce prin operația logică de negare a finitului (respectiv a infinitului). Infinitul este determinat ca esență a finitului (și reciproc).

Situația este alta în cazul infinitului cantitativ. Finitul cantitativ se raportează *în el însuși* la infinitul său, poartă în sine însuși determinația infinitului². Așadar, finitul cantitativ nu se opune infinitului cantitativ în sensul că cel din urmă este altceva decât cel dintâi.

Diferențele dintre cele două tipuri de infinit (calitativ, respectiv cantitativ) se explică prin structura diferită a determinațiilor categoriale ale Calității și Cantității. Să ne oprim pentru câteva rânduri asupra acestora.

Determinațiile categoriale corespunzătoare Calității sunt Ființa, Ființa determinată și Ființa-pentru-sine. În cadrul celei de-a doua determinații calitative, cea a Ființei determinate, întâlnim o structură categorială alcătuită din Ființa determinată ca atare, Finitatea și Infinitatea.

Categoria Cantității, la rândul ei, are trei determinații categoriale: Cantitatea, Câtimea, Raportul cantitativ. Iar determinația categorială a Câtimii este structurată astfel: Numărul, Câtime extensivă și intensivă, Infinitatea cantitativă.

O analiză a raportului dintre infinitul calitativ și cel cantitativ, rezultă din cele anterioare, are de-a face cu diferențele structurale ale Ființei determinate și Câtimii. Această analiză are însă nevoie de unele precizări suplimentare, prin care se previn câteva erori de interpretare deosebit de grave. Astfel:

1. Structurile categoriale ale Logicii obiective sunt structuri ale *gândirii*, în măsura în care le considerăm pe fiecare în parte separat. În măsura în care le

² *Ibidem*, p. 214.

considerăm ca întreg, ele sunt structuri ale *lumii* (înțeleasă ca unitate obiectiv-subiectivă, adică unitate substanțial-funcțională a structurilor și proceselor care se desfășoară pe plan obiectiv și subiectiv, adică unitate a gândirii și a ceea ce este exterior față de gândire, dar *nu* înțeleasă ca unitate diferită de gândire).

2. Analiza structurilor categoriale obiective nu se limitează la o abordare intelectuală a acestora. Intelectul, ca facultate de cunoaștere, are tendința de a izola și menține izolate componentele oricărei structuri asupra căreia se aplică. Determinațiile categoriale obiective își mențin semnificația numai întrucât nu sunt reduse la componente izolate, ci rămân componente funcționale ale categoriilor corespunzătoare care, la rândul lor, alcătuiesc structuri funcționale.

3. Opoziția structurilor categoriale obiective nu indică incompatibilitatea dintre ele, ci este expresia unui raport de tip parte-întreg. Opoziția dintre *părți* nu se manifestă din perspectiva *întregului* care le integrează. Contradicția se referă la enunțurile care exprimă raporturile de opoziție dintre structurile categoriale, nu direct la raporturile de opoziție. Rezolvarea contradicției nu constă în infirmarea unuia dintre enunțurile aflate în contradicție și probarea celuilalt, ci în reconfigurarea structurii categoriale ale cărei componente produc enunțurile contradictorii.

4. Rațiunea, ca facultate de cunoaștere, traversează faze antinomice. Totuși, rațiunea *ca sistem al cunoașterii* nu este structural antinomică. Reconfigurarea structurii categoriale care produce enunțuri contradictorii se petrece la un nivel categorial superior față de cel al contradicției

Precauțiile privind interpretarea corectă a structurilor categoriale hegeliene trebuie luate foarte în serios. Nesocotirea lor a dus la numeroase modalități de înțelegere defectuoasă a Logicii obiective, dintre care amintim: eșafodaj ideal al lumii materiale (un fel de schelet de gândire peste care se așază elementele corporale care nu aparțin domeniului gândirii); studiul separat al categoriilor și determinațiilor categoriale considerate ca un fel de „materie primă” a lumii (ființa, neantul, devenirea, finitatea, infinitatea fiind afirmate ca esențialități ale lumii); studiul „tregerii” categoriilor unele în altele, model în care categoriile hegeliene au fost considerate ca un fel de recipiente prin care se scurge „conținutul” lumii. Fiecare interpretare defectuoasă a Logicii obiective este responsabilă de producerea unor pseudo-sisteme filosofice, care au ajuns uneori să se substituie celui hegelian, cu consecințe câteodată triste din punct de vedere filosofic, științific, economic și politic. Se pare că atracția față de aceste pseudo-sisteme, în detrimentul celui autentic, se datorează faptului că ele dau impresia că explică mai limpede unele fenomene care captează interesul științific, politic sau economic în diferite contexte istorice și culturale.

Infinitul calitativ

Așa cum am arătat, infinitul calitativ este o determinație categorială a Ființei determinate. În contextul categorial în care se găsește, infinitul calitativ ocupă cea de-a treia poziție a structurii categoriale corespunzătoare, care este următoarea:

Ființa determinată ca atare Finitatea Infinitatea

Cele trei componente de mai sus nu alcătuiesc o succesiune (ceea ce le-ar conferi o conotație spațio-temporală nejustificată prin propriile lor resurse, ci doar printr-o contaminare cu aspecte intuitive, un fel de operațiune *à rebours*, *à contresens* a gândirii, care introduce succesiunea acolo unde nu dispunea de noțiunea succesiunii). Ele sunt dezvoltate de gândire ca o succesiune, dar acest fapt nu este esențial aici.

Ființa determinată ca atare, ca și *finitatea* și, desigur, *infinitatea* (calitativă) nu-și capătă, în calitate de determinații categoriale, semnificațiile prin raportare la anumite ființări determinate, anumite lucruri finite și anumite lucruri infinite concrete, cu care să exemplificăm ce vrem să înțelegem prin ele, în eventualitatea că ni s-ar cere s-o facem. Căci acest procedeu ar însemna numai că nu suntem capabili să le recunoaștem drept ceea ce sunt, adică drept determinații *categoriale* (componente ale gândirii), considerându-le doar ca *nume* foarte generale, care pot fi atribuite (sau nu), după împrejurări, diverselor lucruri, ceea ce ridică imediat problema insolubilă a criteriilor de atribuire a acestor nume. Semnificațiile ființei determinate, finității și infinității se capătă prin raportare la celelalte determinații categoriale, nu prin ilustrare a ceea ce numele „ființă determinată”, „finit”, „infinit” exprimă undeva și cândva.

Astfel, *ființa determinată*, ca determinație categorială, este *un* întreg (și nu întregul, care este, desigur, Ființa în genere, nu ființa determinată). Concepută ca *un* întreg, ființa determinată este *ceva*. *Ființa determinată* este, desigur, totodată și *altceva*. Nimicul însuși, întrucât este conceput ca *ceva*, cade în sfera ființei determinate, întrucât, ca negație a *ceva*, el este *altceva* în raport cu negativul lui.

Finitatea este ființa determinată dezvoltată sub aspectul raporturilor dintre *ceva* și *altceva*, în sensul că *ceva* și *altceva* include determinația *limitei*. Între *ceva* și *altceva* a intervenit acel „și”. Conceput ca limită, el distinge între *ceva* și *altceva*, le separă. Dar tot înțelegerea lui „și” ca limită afirmă o reunire, o operație care nu numai efectuează conjuncția, ci și reunește ființele determinate separate, le conține ca având, împreună, semnificația pe care o avea *un* întreg și exclude ceea ce nu are semnificația respectivă.

Unitatea *ceva* și *altceva* este în raport de opoziție cu ceea ce ea exclude. Această unitate este *în sine*, iar ceea ce exclude ea este *pentru altceva*, i.e. pentru unitatea exclusivă însăși. Unitatea în sine a lui *ceva* și *altceva* se exprimă pe plan

ideal (lume ideală); în schimb, ceea ce ea exclude, se exprimă ca exterioritate față de acest ideal, ca lume sensibilă. Limita unității lui *ceva și altceva* nu este aceeași limită ca cea dintre lumea ideală și cea sensibilă. Această din urmă limită este o barieră; cea dintâi nu este decât continuitate. Limita dintre lumea ideală (sau: a ideilor) și ceea ce exclude ea (lumea sensibilă) permite conceperea finitului calitativ: el este ideal din perspectivă sensibilă sau sensibil din perspectivă ideală. În absența limitei (barierei) dintre ideal și sensibil, finitul cantitativ nu poate fi conceput.

Infinitatea (calitativă) este negația barierei dintre *în sine și pentru altceva*, pe care am constatat-o mai sus. Hegel numește – în conformitate cu dictonul „*omnis determinatio est negatio*” – această negație *determinare reciprocă a finitului și infinitului*. Afirmarea finitului este echivalentă, așadar, cu negarea infinitului. Reciproc, afirmarea infinitului echivalează cu negarea finitului.

În expunerea hegeliană pe care am rezumat-o mai sus se pot recunoaște, în cazul în care facem apel la istoria filosofiei, eforturile eleate și platoniciene de a determina individualul în raport cu domeniul ideal, precum și pe cele leibniziene de a construi o teleologie în care domeniul sensibil să fie constrâns a se conforma celui ideal. Totuși, apelul la istoria filosofiei nu se constituie într-o dovadă a dezvoltării structurii categoriale a Ființei determinate. Argumentele platoniciene din *Parmenide* și *Sofistul*, ca și cele ale lui Leibniz din teleologia lui, își au propria autonomie față de abordarea istorico-filosofică.

Infinitul cantitativ

Infinitul cantitativ este o determinație categorială a Câtimii. Ca și în cazul Ființei determinate, avem și aici de-a face cu o structură triadică:

Numărul	Câtime extensivă și intensivă	Infinitatea cantitativă
---------	-------------------------------	-------------------------

Numărul, așa cum s-a remarcat când am prezentat infinitatea calitativă, nu intra în discuție în raporturile care o determină pe aceasta. Calitativ, unu și multiplu *nu* sunt numere. Aceste determinații se precizează calitativ cu ajutorul lui *ceva și altceva*.

În unu cantitativ și în pluralitatea cantitativă, *ceva și altceva* nu mai sunt separate de bariera calitativă prin care afirmarea unuia era echivalentă cu negarea celui alt. Unu este conceput cantitativ ca un continuu, iar pluralitatea este concepută ca unitatea unor unu care au, fiecare, ca unu, continuitate, dar care, în pluralitate, nu mai este limitată, ci afirmată sau negată³. Cu alte cuvinte, fiecare unu al pluralității cantitative este o repetiție a lui însuși, pe care nu o limitează decât determinarea pluralității, adică afirmarea sau negarea acesteia. Afirmarea sau negarea nu-i mai

³ *Ibidem*, p. 190.

transpune pe unu și pe plural pe planurile diferite ale idealului și sensibilului (exemplul lui Hegel este următorul: în numărul „o sută”, limita este dată de al o sută unulea unu, care este exterior pluralității „o sută”, dar nu este ideal în raport cu „o sută”)⁴.

Din faptul că membrii unei pluralități cantitative nu se disting între ei ca ceva de altceva, rezultă că ordinea în care sunt aranjați membrii în pluralitate nu contează. Contează însă limita, iar aceasta are două aspecte, pe care le ilustrăm tot cu ajutorul lui „o sută”:

1. Cel de-al o sutălea membru (care face parte din pluralitatea de unu, deși în cadrul ei nu se distinge de oricare alt membru) și

2. Cel de-al o sută unulea membru (care este exterior pluralității, dar fără el pluralitatea nu se poate determina ca unitate).

Unu numeric este orice număr delimitat față de exterioritate în maniera de mai sus (nu doar numărul unu). Fiecare pluralitate (exprimată, spre exemplu, prin: „nouăzeci și nouă” sau „o sută” sau „o sută unu” ș.a.m.d.) este *unu* prin raportare la alți *unu*, care constituie exterioritatea sa. Această raportare față de exterioritate diferențiază fiecare număr de toate celelalte, în timp ce raportarea interioară, a membrilor pluralității care-l compun pe unu numeric, nu-i diferențiază între ei.

Pe baza dublei semnificației cantitative a limitei care precizează conceptul de unu numeric (și care nu se confundă cu bariera *în sine / pentru altceva*, și nici nu se reduce la delimitarea exterioară a lui *unu numeric*)⁵ se pot face distincțiile dintre mărimea extensivă și mărimea intensivă, pe de o parte, și dintre mărimea continuă și mărimea discretă⁶.

Mărimea intensivă și mărimea extensivă determină *câtimea*, în funcție de delimitarea exterioară a lui *unu numeric*. Acest unu numeric este intensiv când mărimea intensivă este dincoace de delimitarea exterioară și este unu numeric extensiv când este dincolo de ea. Mărimea intensivă și cea extensivă se exprimă ca număr, dar cele două mărimi nu sunt specii de mărime, ci aspecte matematice și dinamice (în terminologie kantiană) ale obiectelor. De fapt, nu există obiecte doar de mărime extensivă sau doar de mărime intensivă și nu procedăm corect dacă operăm clasificări ale obiectelor în funcție de câtimea lor extensivă sau intensivă.

Expresia intensivă și, respectiv, extensivă a Câtimii resuscitează determinațiile calitative ale lui *ceva / altceva*. De data aceasta, ele nu mai sunt asociate, precum în

⁴ *Ibidem*, p. 191.

⁵ Complexitatea determinației categoriale a limitei în logica hegeliană este puternic evidențiată de o eventuală comparație (pe care nu o dezvoltăm aici) cu categoria kantiană corespunzătoare (Limitația), care se găsește pe cea de-a treia poziție sub titlul *Calității*, după Realitate și Negație. De notat că, la titlul *Cantității*, categoria kantiană corespunzătoare este Totalitatea, ceea ce, din perspectiva analizei hegeliene, pare a indica o reducere a limitei văzute cantitativ la sensul delimitării exterioare a lui *unu numeric*.

⁶ Nu detaliem aici deosebirile pentru a economisi spațiu; ele pot fi regăsite în *Știința logicii*, ed. cit., p. 204–207.

cazul Ființei determinate, cu *în sine / pentru altceva*. Atât expresia intensivă, cât și cea extensivă sunt număr (unu numeric), nu *în sine*, respectiv *pentru altceva*.

În acest moment, diferența dintre infinitul calitativ și infinitul cantitativ reiese cu claritate din comparația determinațiilor fiecăruia. Comparația se referă la raporturile finit–infinit în cadrul categoriilor Calității, respectiv Cantității. Aceste raporturi sunt raporturi de *opозиție*.

Opoziția calitativă finit–infinit este de tip *ceva / altceva*, trecerea finitului în infinit efectuându-se după modelul platonician al trecerii de la lucrul sensibil la idee (esențial diferite).

Opoziția cantitativă finit–infinit nu se sprijină pe diferența esențială între termenii opoziției. Infinitul cantitativ nu este *altceva* decât finitul său (adică, din perspectiva exteriorității, este număr ca oricare alt număr); finitul cantitativ „se raportează în el însuși la infinitul său”⁷ (adică, infinitatea cantitativă este determinată – ca și finitatea, de altfel – prin pluralitatea de unu care-l determina și pe „o sută”).

Un scurt comentariu asupra perspectivei logico-matematice

Cum s-a putut deja remarca de către cititor, maniera hegeliană de punere a problemei în cazul infinitului (calitativ și cantitativ) este una strict categorială. Considerațiunile istorico-filosofice se limitează la indicarea unor argumente care nu au fost formulate în cadrul expunerii, deci nu se poate avansa susținerea că analiza speculativă a infinitului este o istorie a ideii de infinit. Conceptul hegelian al infinitului se obține prin raportarea tuturor determinațiilor categoriale care îl alcătuiesc, pe el și corelatul lui, finitul⁸. Opoziția finit–infinit (în versiune calitativă și cantitativă) nu este *presupusă*, ea *reiese* din raportarea determinațiilor categoriale corespunzătoare. Raportarea determinațiilor se concretizează ca o configurație (o structură), precum și ca o dinamică proprie configurației, dată de relaționarea determinațiilor.

Aceasta înseamnă că, din perspectiva științei logicii, infinitul va fi corect abordat numai dacă-i respectăm alcătuirea proprie – care este panoptică sau panoramică, nu istorică ori ipotetico-deductivă –, fără a recurge la simplificări categoriale,

⁷ *Ibidem*, p. 214.

⁸ Abordarea categorială a problematicii logicii este un eveniment rar în logica modernă și contemporană. Anton Dumitriu arată că dezinteresul față de abordarea categorială a atins punctul culminat în logica matematică: „Fără categorii, logica matematică s-a redus la studiul raționamentului, deși, după cum vom arăta, însuși raționamentul depinde de categorii”. Dar abandonarea studiului categoriilor (practicat intens în Evul Mediu) începuse mai demult. Lui Kant i se datorează o revenire temporară a interesului față de teoria categoriilor, Hegel fiind cel care „a făcut din logică o știință a categoriilor”. Categoriile aristotelice, kantiene și hegeliene nu pot fi însă puse laolaltă cu „ideile primitive” și „propozițiile primitive” ale „sistemelor logico-matematice” (*Teoria logicii*, Editura Academiei RSR, București, 1973, § 87. *Absența categoriilor în logica modernă*, p. 273–275).

reducții sau echivalări ale determinațiilor aflate în joc, urmate de procedee demonstrative. Ceea ce-i poate părea greoi și inefficient matematicianului.

Pe de altă parte, matematicii îi este familiar infinitul, poate chiar mai familiar decât filosofiei. Familiaritatea aceasta este, totuși, de altă natură decât cea filosofică. Infinitul aritmetic, ca să luăm un exemplu, este un produs de *operații* cu numere, nu rezultă din analiza categorială a conceptului de număr, de care matematicianul poate foarte bine să se lipsească⁹. Dacă analiza categorială a conceptului de număr nu este obligatorie pentru matematician, în schimb precizarea relației dintre infinit și număr este obligatorie.

Apropierea dintre abordarea matematică a infinitului și abordarea logico-filosofică a avut loc ocazional de-a lungul dezvoltării paralele a matematicii, respectiv logicii. Matematicienii au fost rareori filosofi, mulți dintre ei formulând explicit ezitarea de a pătrunde într-un teritoriu străin. Filosofii matematicii au fost mai numeroși decât matematicienii filosofi.

Odată cu debuturile programului de reducere a matematicii la logică (care, după câte se pare, este de proveniență filosofică), curajul matematicienilor de a exprima opinii filosofice a înregistrat o creștere continuă, mergând până la cerința ca filosofia matematicii să fie practică de matematicieni, nu de filosofi.

O filosofie a matematicii practică de matematicieni se deosebește de filosofia înțeleasă tradițional în primul rând prin reducerea drastică a chestiunilor care pot fi luate în considerare. Este vorba de circumscrierea oricărei probleme la legi (care pot fi: 1. valabile atât în logică, cât și în matematică, fie pornind de la prima, fie de la a doua; 2. valabile în logică, dar nu și în matematică), definiții formulate în conformitate cu aceste legi, demonstrații (metode de inferență) care pot fi folosite în mod legitim¹⁰. Chestiunea filosofică a categoriilor excede domeniul

⁹ Cf. G. Frege, *Fundamentele aritmeticii. O cercetare logico-matematică asupra conceptului de număr*, traducere din germană, cuvânt înainte, note și tabel cronologic de Sorin Vieru, Editura Humanitas, București, 2000, p. 48–49, unde calea de a ajunge la conceptul de număr este indicată astfel: „pornind de la elucidarea activității spontane a oamenilor în cazurile cele mai simple și desprinzând de aici elementul universal valid, vom ajunge la cunoașterea unor procedee generale de elaborare a conceptelor și de întemeiere a propozițiilor, procedee aplicabile chiar în cazurile mai complicate”. Frege urmărește să obțină, prin trecerea de la „activitatea spontană” la „procedeele generale”, o metodă de elaborare și întemeiere cu aplicabilitate universală, nu o structură categorială. Interesul care guvernează demersul fregeean este de altă natură decât cel care pune în mișcare dialectica hegeliană. Deosebirea dintre ele este, ca să recurgem la o comparație, precum deosebirea dintre interesul de *a utiliza un instrument* și cel de *a înțelege din ce este el alcătuit și cum funcționează*. Atunci când folosim un instrument (o unealtă), noi începem prin a executa cele mai simple operațiuni cu el, continuăm prin a face manevre tot mai complicate și ajungem în final să-l utilizăm chiar creativ (pentru scopuri în care nu se utilizează de obicei). Însă, atunci când suntem interesați să-i înțelegem alcătuirea și modul de funcționare, îl demontăm și îl montăm la loc. Descrierea acestei operațiuni este altceva decât descrierea celei dintâi.

¹⁰ Stephan Körner, *Introducere în filozofia matematicii*, în românește de Al. Giuculescu, Editura Științifică, București, 1965, p. 43–44.

chestiunilor care pot fi luate în considerare de filosofia matematicii, cu excepția cazului în care „categoria” este redefinită astfel încât să se conformeze cerințelor de mai sus.

Pentru a ilustra (extrem de sumar) modalitatea matematică de abordare a finitului și infinitului, ne vom referi la o lucrare clasică: cartea lui Gottlob Frege, *Fundamentele aritmeticii*. Partea a IV-a a *Fundamentelor matematicii* tratează *Conceptul de număr* și, în cadrul acestuia, sunt discutate numerele finite și numerele infinite. Am ales această lucrare și pentru că autorul este adept al unei poziții realiste față de număr. O poziție nominalistă ar fi fost, desigur, foarte depărtată de abordarea hegeliană¹¹.

Numărul finit este definit de Frege: „Numărul care revine conceptului F este extensiunea conceptului «echinumeric cu conceptul F»”¹². Adăugăm acestei definiții un comentariu lămuritor: „După Frege, numerele sunt obiecte logice [...] A defini obiectele logice nu înseamnă a le crea, ci a delimita ceea ce există în mod legitim. Definiția contextuală a obiectelor logice nu este operantă, pentru că ea nu pune în lumină caracterul lor de entități independente”¹³.

De la început trebuie să arătăm că, din perspectiva logicii speculative hegeliene, determinarea numerelor ca „obiecte logice” existente „în mod legitim” le plasează pe un alt plan decât cel al Logicii obiective. Pe acest plan, numerele sunt „dincoace” de existență. Numărul conferă legitimitate existenței, categorial privind problema. Căci, pentru a considera existența (unde se plasează numărul considerat ca extensiune a conceptului „echinumeric cu conceptul F”), nu ne putem lipsi de determinațiile categoriale calitative și cantitative.

Extensiunea conceptului „echinumeric cu conceptul F” nu poate fi plasată pe alt plan decât „echinumeric cu conceptul F” însuși, fără riscul de a se ajunge la opoziția calitativă finit–infinit. Pentru a o preveni, Frege recurge la noțiunea de „asemănare”, prin care se înțelege corespondența biunivocă a componentelor tuturor extensiunilor conceptului „echinumeric cu conceptul F”. Zece mere, zece partide de fotbal, zece cuburi de gheață, zece companii de infanterie se „aseamănă” din această perspectivă, ceea ce pare straniu pentru cineva nefamiliarizat cu limbajul de specialitate. La Frege, merele, partidele de fotbal și cuburile de gheață nu sunt obiecte logice. „Zece” este însă obiect logic. „Zece” există legitim, merele, partidele de fotbal, cuburile de gheață și companiile de infanterie nu există decât nelegitim.

Numărul infinit, în *Fundamentele aritmeticii*, este conceptul care revine lui „număr finit”¹⁴. Cum „număr finit” este obiect logic, acesta este extensiunea conceptului „număr infinit”. Numărul infinit nu se distinge printr-o definiție specială de cel finit. Consecința definirii este însă că, spre deosebire de numărul

¹¹ O poziție nominalistă este cea adoptată de Bertrand Russell.

¹² G. Frege, *op. cit.*, § 68, p. 131.

¹³ St. Körner, *op. cit.*, p. 48.

¹⁴ G. Frege, *op. cit.*, § 84, p. 149.

finit, care nu este propriul său succesor imediat, numărul infinit este propriul său succesor imediat¹⁵. Din punct de vedere fregeean, acestea nu semnaleză decât modificări ale uzanțelor lingvistice, fără să implice vreo modificare la nivelul gândirii.

DIALECTICA PROGRESULUI CANTITATIV INFINIT

„...intenția mea a fost totuși să arăt că nu este nevoie să facem ca analiza matematică să depindă de dispute metafizice (...) Dacă însă un adversar contestă corectitudinea propozițiilor noastre, calculul nostru arată că eroarea este mai neînsemnată decât orice mărime care s-ar putea preciza, căci stă în puterea noastră de a micșora suficient în acest scop ceea ce este incomparabil de mic, care poate fi presupus oricât de mic vrem.”

Leibniz către Varignon, 2 febr. 1702

Revenind la expunerea hegeliană, infinitul cantitativ nu este, așadar, *altceva* decât finitul cantitativ (cu alte cuvinte: finitul și infinitul cantitative se determină reciproc). *Limita* cantitativă este un *dincolo* care nu exprimă o diferență calitativă finit/infinit, ci o *continuitate* între finit și infinit¹⁶. Infinitul cantitativ rămâne câtime, nu este altceva decât câtime. Deoarece limita cantitativă este continuitate, infinitul cantitativ este infinit *mare* și infinit *mic*, adică acea câtime infinit determinată este infinit de mică sau infinit de mare.

Din punct de vedere calitativ, totuși, aici apare o contradicție: o câtime infinit de mică (sau infinit de mare) este *prea mare* (respectiv *prea mică*) față de infinitul ca atare.

Idealismul transcendențial a soluționat aceste contradicții prin afirmarea spațiului și timpului ca forme ale intuiției. Soluția este considerată de Hegel ca un subterfugiu prin care contradicția este expulzată din planul lumii pe cel al conștiinței. Înainte de a se soluționa contradicția, Kant a aplicat opoziția cantitativă finit/infinit substratelor speciale ale reprezentării, ceea ce maschează, de fapt, procedeul *petitio principii* la care a recurs: limita temporală și spațială pe care o introduce în argumentare (punct spațial și temporal) este exact ceea ce trebuia să demonstreze. Printr-o câtime temporală (și spațială) infinit de mică, se demonstrează finitatea/infinitatea mare a timpului și spațiului¹⁷.

Infinitul cantitativ (progresul cantitativ la infinit) este valorificat mai ales în matematică, în ciuda faptului că, pentru Hegel, originea lui este *subiectul*, iar domeniul de aplicație *obiectul*. Procedeele de calcul care recurg la mărimi infinite sunt acceptate aici mai cu seamă prin prisma rezultatelor. Exactitatea este câștigul obținut cu prețul unor operații nu foarte clar justificate¹⁸.

¹⁵ Cu alte cuvinte, numărul infinit este răspunsul la întrebarea: „al câteleva membru al succesiunii este membrul ultim?”, unde succesiunea este șirul numerelor naturale (cf. *ibidem*, § 85, p. 150).

¹⁶ *Știința logicii*, ed. cit., p. 215.

¹⁷ Cf. *Știința logicii*, ed. cit., p. 222–226, Nota 2.

¹⁸ *Ibidem*, p. 229, Nota 1.

Când problematica infinitului este transferată în registru matematic, chestiunea progresului cantitativ infinit suferă o transformare, a cărei esență am surprins-o mai sus, și care le este, de altfel, cunoscută și matematicienilor. Rigoarea și exactitatea matematice sunt incontestabile câtă vreme infinitul nu este luat în considerare. Însă atunci când infinitul intră în discuție, exactitatea rămâne, dar rigoarea nu. Formularea hegeliană, care vizează o chestiune de *metodă* a calculului diferențial și integral, este următoarea: acest calcul, „după ce a înmulțit o dată mărimi finite cu o mărime infinit de mică, pe aceasta, în continuarea operației, în parte o păstrează, dar nu ține seama de o parte a ei. Acest procedeu e straniu prin faptul că, deși recunoscut ca neprecis, el dă un rezultat care e nu numai destul de exact cu atâta aproximație încât diferența să poată fi trecută cu vederea, ci e absolut exact. Dar, în operația însăși care premerge rezultatului, nu putem trece peste ideea că ceva nu e egal cu zero și că ar fi atât de puțin considerabil, încât să poată fi trecut cu vederea”¹⁹.

La rândul ei, chestiunea de metodă prilejuită de transferul problematicii infinitului de pe planul categorial (al metafizicii) pe planul matematicii deschide o dezbateră secundară: cu privire la *definirea* infinitului în matematică.

Definirea transcendențială a infinitului, ca sinteză niciodată completă, pe plan subiectiv, a unei câtimi obiectiv (în sine) completă, nu satisface exigențele de rigoare ale matematicii, introducând o componentă psihologică în discuție. În schimb, definirea infinitului în termeni strict matematici aduce aspectul finit și pe cel infinit ale câtimii pe același plan, fiind preferabilă, așadar, din perspectivă matematică. Câtimea infinită nu se deosebește de cea finită întrucât este în raport cu câtimea finită. În afara raportului, este *zero*²⁰.

Avantajul pe care înțelegerea operațională a câtimii infinite îl oferă matematicianului este imediat sesizabil. Ea se poate exprima, în limbaj matematic, fie ca *fracție* (expresie finită), fie ca *serie infinită*. Procedeu este acceptabil pentru matematicieni²¹, deși, din perspectivă filosofică, el se bazează pe confuzia (în

¹⁹ *Ibidem*, p. 230.

²⁰ Cf. *Collins Dictionary of Mathematics* (by E. Borowski and J. Borwein), HarperCollins Publishers, Glasgow, 2012, art. **infinitesimal**, p. 282: „**1a.** (usually of an increment) approaching zero as a limit, arbitrarily small. Informally, infinitely small. **b.** (*as substantive*), an infinitesimal increment of quantity. In early treatments of the calculus, a derivative was treated as a ratio of infinitesimals and a integral as a sum of products of infinitesimals. These had to be non-zero for the ratio to be well-defined and the products to be non-zero, but zero for the rate of change so derived to be instantaneous and the upper and lower sums to be equal. This paradoxical conception was later abandoned in favour of the epsilon-delta treatment of limits (...).”

²¹ Cf. *Ibidem*, art. **infinity**, p. 282: „**1.** A value greater than any computable value, such as the index of the limit of a non-terminating sequence of values; this value is denoted ∞ . For example, the sequence $f(0) = 1, f(1) = 2, f(2) = 4, \dots$, of which the n^{th} member is 2^n , is said to end to infinity (written $n \rightarrow \infty$). In general, this usage is to be understood in terms of the limits of sequences of values, and is defined formally in terms of epsilon-delta notation; for example, to say that the quotient of 1 by 0 is infinity is to be interpreted as asserting that $1/x$ increases without bound as x tends to zero, that is, that for any positive ϵ , however small, there is an N such that $1/x > N$ for all $|x| < \epsilon$ ”.

sensul utilizării) dintre infinitul calitativ și infinitul cantitativ. Mai mult decât atât: pentru matematicieni avem de-a face cu două specii de infinit. Din perspectivă filosofică, infinitul calitativ și cel cantitativ nu sunt *specii*, adică nu aparțin unui infinit *generic*.

Seria infinită se reduce la expresia ei finită prin faptul că este considerată matematic ca sumă. Operațiunea de reducere a seriei infinite la cea finită ridică o problemă: seria infinită este un raport (convențional exprimat a/b , dar care, în fapt, este raportul a două numere *anumite*, de exemplu 2 și 7), cu aspectul calitativ corespunzător, în vreme ce suma este un număr (al cărui aspect este cantitativ), din care aspectul calitativ este eliminat.

Eliminarea aspectului calitativ constituie principala dificultate întâmpinată în decursul constituirii calculului diferențial. Soluția lui Newton a fost de a lua în considerare, în vederea calculului – care nu se putea realiza în prezența aspectului calitativ –, nu serii infinite și sume, ci *limite ale sumelor și raporturilor*²². Metoda newtoniană este precizată în *Philosophiae naturalis principia mathematica. De motu corporum liber primus, sectio prima* (1686): „Lema I. Cantitățile ca și rapoartele cantităților, care continuu, în orice interval de timp finit, tind la egalitate și care înainte de sfârșitul aceluși interval se apropie una de alta mai mult decât orice diferență dată înainte, devin până la urmă egale”²³. Din punct de vedere categorial, totuși, tendința de egalizare a cantităților și rapoartelor cantităților de care se folosește Newton, nu anulează conceptul de *unu numeric*, ci consideră mai întâi interioritatea acestuia ca exterioritate, pentru, în final, să revină la considerarea lui din perspectiva exteriorității.

INFINITUL CA PROBLEMĂ A DIFERENȚEI METODOLOGICE DINTRE MATEMATICĂ ȘI FILOSOFIE

„Fie că argumentați cu cuvinte, fie cu simboluri, regulile gândirii corecte sunt totdeauna aceleași. Și nici nu se poate admite că voi cereți în matematică privilegiul de a face excepție de la ele.”

Berkeley, *The Analyst*, 1734

Reproșurile hegeliene față de contribuțiile matematicienilor epocii sale cu privire la calculul diferențial evidențiază o abordare metodologică diferită a problemei infinitului.

Din perspectivă filosofică, cerințele metodologice sunt îndeplinite dacă fiecare pas al expunerii respectă determinațiile categoriale corespunzătoare conceptului. În cazul infinitului, avem de-a face cu două concepte: infinitul calitativ și infinitul

²² Cf. *Știința logicii*, ed. cit., p. 243.

²³ O. Becker, *Fundamentele matematicii*, în românește de Al. Giuculescu, prefață la ediția română de C. Vilt, Editura Științifică, București, 1968, p. 178.

cantitativ. Determinațiile categoriale ale celui dintâi nu pot opera în cel de-al doilea fără a prileji apariția de opoziții. Ceea ce este valabil și reciproc, cu precizarea că opozițiile apărute acum nu se reduc la celelalte.

Din perspectivă matematică, lucrurile stau altfel: expunerea respectă rigoarea demonstrației matematice în măsura în care nu apar în ea contradicții. Dar cerința nu este valabilă decât pentru raportul dintre principiile de la care pornește demonstrația și concluziile la care ajunge. Introducerea de clauze care ar putea fi în contradicție cu principiile sau cu concluzia nu trebuie văzută ca o încălcare a regulilor metodologice, dacă aceste clauze sunt anulate în cursul demonstrației.

Ca urmare, preocuparea principală a metodologiei matematice devine clarificarea condițiilor în care pot avea loc substituții ale componentelor demonstrației cu echivalenți ai acestora în decursul procesului demonstrativ, astfel încât după încheierea lui, eventualele contradicții să nu fie exportate asupra concluziei.

În schimb, logica speculativă se confruntă cu problema soluționării perechilor de opoziții care reies din raportarea determinațiilor calitative și cantitative. Ea le recunoaște deschis ca adevărate opoziții, nu doar ca neregularități momentane ale procesului dezvoltării categoriale. Deoarece este clar că aceste perechi de opoziții nu se pot soluționa pe același plan categorial (care este planul categoriei Ființei), logica speculativă recurge la extinderea (dublarea) listei categoriilor. *Esența* este domeniul categorial pe care opozițiile din celălalt domeniu dispar. În cazul opoziției infinit calitativ / infinit cantitativ, aceste opoziții se topesc în categoria *Esențialitățile sau determinațiile de reflectare*, cu determinațiile ei: *Identitatea, Diferența, Contradicția*.

Metodologia matematicii nu poate accepta această plasare pe alt plan a unor determinații cu care deja se operează în demonstrațiile specific matematice. Acceptarea diferenței de plan ar fi echivalentă cu recunoașterea faptului că matematicianul *folosește* noțiunile de identitate, diferență și contradicție fără să *știe* ce înseamnă ele, că abia după ce s-au utilizat identitatea, diferența și contradicția se poate trece la definirea lor. De unde ar decurge că valabilitatea demonstrației depinde de înțelesul pe care îl dăm identității, diferenței și contradicției și că el apare după ce demonstrația a fost încheiată.

De fapt, matematica procedase deja așa, dar nu cu privire la aceste determinații esențiale, ci cu privire la noțiunea de limită a sumelor și raporturilor.

La prima vedere, soluția propusă de Hegel este asemănătoare cu cea kantiană (care dizloca problema pe două planuri: obiectiv și subiectiv). De fapt, planul Ființei și Esenței nu corespunde obiectivității și subiectivității kantiene. Avem de-a face cu un domeniu categorial, care este alcătuit din *două* categorii, nici subiective, nici obiective, întrucât raportul obiectiv–subiectiv nu se regăsește la nivel categorial, ci judicativ.

Pe planul Esenței, raportările corespunzătoare Calității și Cantității sunt altele. Astfel, Calitatea se raportează esențial la categoria Esențialităților sau determinațiilor

de reflectare. În schimb, Cantitatea se raportează la categoria Fenomenului²⁴. Pentru Hegel, abordarea calitativă și cantitativă este diferită sub aspectul Doctrinei Ființei, respectiv Esenței.

Dispozitivul categorial al Esenței față de infinitate este figurat în tabelul următor:

FIINȚA DETERMINATĂ <i>ESENȚIALITĂȚILE</i>	CÂTIMEA <i>FENOMENUL</i>
Ființa determinată ca atare <i>Identitatea</i>	Numărul <i>Legea fenomenului</i>
Finitatea <i>Diferența</i>	Câttime extensivă și intensivă <i>Lumea fenomenală și lumea care-este-în-sine</i>
Infinitatea <i>Contradicția</i>	Infinitatea cantitativă <i>Disoluția fenomenului</i>

Componentele celor două coloane ale tabelului sunt determinații categoriale. Regăsim în fiecare coloană determinațiile Ființei, însă ele sunt dublate de alte determinații, cu care se află în unitate. Sunt determinațiile Esenței.

După cum se vede, din perspectiva Esenței, Infinitatea (calitativă) capătă complementul Contradicției, în vreme ce Infinitatea cantitativă are ca determinare complementară Disoluția fenomenului. Principala semnificație a noului tip de raport care apare aici este dispunerea Identității, Diferenței și Contradicției în afara domeniului categorial în care operează matematica. De asemenea, cele trei determinații categoriale sunt raportate la domeniul categorial al matematicii.

Aceasta înseamnă, din punct de vedere metodologic, că matematica operează cu Identitatea, Diferența și Contradicția, dar că rezultatul operațiilor se exprimă ca Lege a fenomenului, Lume fenomenală și lumea-care-este-în-sine, Disoluție a fenomenului. Sau, ca să exprimăm în alte cuvinte ideea care apare aici: matematica nu poate să rezolve probleme care țin de Identitate, Diferență sau Contradicție, dar le poate da o expresie fenomenală, valorificată din plin de filosofia naturii, dar mai ales de științele naturii.

²⁴ Vezi D. Popescu, *Raporturi intercategoriale în Știința logicii a lui Hegel*, în „Probleme de logică”, vol. XVII, Editura Academiei Române, București, 2014, p. 115–129.