

SEMANTICA MODALITĂȚILOR ALETHICE

IONEL NARIȚA
Universitatea de Vest din Timișoara

Semantics for alethic modalities: Usually, the alethic modalities, like necessary, contingent or possible, are understood inside of the so called *possible worlds semantics*. But, there cannot be two or more possible worlds simultaneously, since the possible worlds are incompatible one each other. Consequently, there can be only one world, the real one so, the possible worlds semantics is inconsistent. In this study, there are developed alternative semantics for alethic modalities, with the main result that such modalities depend on time.

Keywords: alethic modalities, possible worlds, evolution.

Spre deosebire de valorile de adevăr, care divid propozițiile în două clase disjuncte și complementare, propoziții adevărate și propoziții false, valorile modale împart propozițiile în trei asemenea clase, propoziții necesare¹, propoziții imposibile și propoziții care nu sunt nici necesare, nici imposibile, pe care le vom numi *propoziții întâmplătoare*². Din această perspectivă, valorile modale se aseamănă cu valorile logice care, la rândul lor, împart propozițiile tot în trei clase: tautologii, contradicții și factuale, de aceea, uneori, valorile modale și cele logice sunt confundate.

Tabelul 1
Valori ale propozițiilor

Valori de adevăr:	Adevărate		False	
Valori logice:	Tautologii	Factuale		Contradicții
Valori modale:	Necesare	Întâmplătoare		Imposibile

Pornind de la cele trei valori modale determinate, obținem toate valorile modale:

1. necesar adevărat (N) = non-contingent = non-imposibil și non-întâmplător;
2. imposibil adevărat (H) = non-possibil = non-necesar și non-întâmplător;
3. întâmplător adevărat (Y) = non-fatal = non-necesar și non-imposibil;
4. posibil adevărat (M) = non-imposibil = necesar sau întâmplător;

¹ J.C. Beall, Bas C. Fraassen, *Possibilities and Paradox*, Oxford University Press, Oxford, 2003, p. 52.

² Întâmplarea este graduală. Unele propoziții întâmplătoare sunt mai apropiate de necesar, altele de imposibil. În schimb, necesitatea și imposibilitatea nu sunt graduale. O propoziție este sau nu este necesară (imposibilă) fără variații.

5. contingent adevărat (K) = non-necesar = imposibil sau întâmplător;
6. fatal adevărat (F) = non-întâmplător = necesar sau imposibil;
7. nedeterminat = necesar sau imposibil, sau întâmplător³.

Orice propoziție este necesară, imposibilă sau întâmplătoare, celelalte valori au o componentă epistemică, presupunând un anumit grad de necunoaștere. De exemplu, considerând o propoziție ca fiind posibilă, nu știm dacă este necesară sau întâmplătoare, dar, în realitate, are numai una dintre aceste două valori.

1. SEMANTICA LUMILOR POSIBILE

O lume posibilă⁴ constă în conjuncția tuturor propozițiilor compatibile între ele. De pildă, într-un sistem alcătuit din două propoziții, /p, q/, se disting patru lumi posibile: $w_3 = (p \ \& \ q)$, $w_2 = (p \ \& \ q^*)$, $w_1 = (p^* \ \& \ q)$ și $w_0 = (p^* \ \& \ q^*)$, unde se presupune că p și q sunt propoziții independente⁵. Dacă notăm prin „pw” presupunerea că propoziția p este adevărată în lumea posibilă w , valorile modale ar putea fi definite astfel:

- $Np = (w)pw$, o propoziție adevărată în orice lume posibilă este necesar adevărată⁶;
 $Hp = (w)p^*w$, o propoziție falsă în orice lume posibilă este imposibil adevărată;
 $Yp = ((Ew)pw \ \& \ (Ew)p^*w)$, o propoziție adevărată în unele lumi posibile și falsă în altele este întâmplătoare;
 $Mp = Np \vee Yp = ((w)pw \vee ((Ew)pw \ \& \ (Ew)p^*w)) = (Ew)pw$, o propoziție este posibil adevărată dacă este adevărată în cel puțin o lume posibilă etc.⁷

În urma definițiilor de mai sus, valorile modale se suprapun valorilor logice, orice propoziție necesară este tautologie, orice propoziție imposibilă este o contradicție și orice propoziție întâmplătoare este factuală și reciproc⁸. Pentru a păstra specificul valorilor modale, acestea trebuie definite relativ la o parte a lumilor posibile, selectată cu ajutorul relației de accesibilitate, A^9 . O lume oarecare¹⁰, w , este accesibilă față de o lume dată, w_0 , dacă de la w_0 se poate ajunge la w prin anumite transformări. În acest fel, valorile modale devin relative față de lumea posibilă de referință și față de proprietățile relației de accesibilitate¹¹:

³ Sally Popkorn, *First Steps in Modal Logic*, Cambridge University Press, 1994, p. 13.

⁴ Daniel P. Nolan, *Topics in the Philosophy of Possible Worlds*, Routledge, New York, 2002, p. 5.

⁵ John Divers, *Possible Worlds*, Routledge, London, 2002, p. 15.

⁶ James W Garson., *Modal Logic for Philosophers*, Cambridge University Press, Cambridge, 2006, p. 104.

⁷ *Ibidem*, p. 59.

⁸ Într-o asemenea situație, sistemele modale sunt afectate de paradoxurile implicației stricte. (Clarence Irving Lewis, Cooper Harold Langford, *Symbolic Logic*, Dover, New York, 1959, p. 235).

⁹ *Ibidem*, p. 93.

¹⁰ Beall J.C., Bas C. Fraassen, *op. cit.*, p. 7.

¹¹ Charles S. Chihara, *The Worlds of Possibility*, Clarendon Press, Oxford, 1998, p. 9.

- $Npw_0 = (w)(Aw_0w \supset pw)$, o propoziție este necesară relativ la lumea posibilă w_0 dacă este adevărată în orice lume posibilă accesibilă din w_0 ;
- $Hpw_0 = (w)(Aw_0w \supset p^*w)$, o propoziție este imposibilă relativ la lumea posibilă w_0 dacă este falsă în orice lume posibilă accesibilă din w_0 ;
- $Ypw_0 = ((Ew)(Aw_0w \& pw) \& (Ew)(Aw_0w \& p^*w))$, o propoziție este întâmplătoare față de lumea posibilă w_0 dacă este adevărată în unele lumi accesibile din w_0 și falsă în altele;
- $Mpw_0 = (Ew)(Aw_0w \& pw)$, o propoziție este posibilă relativ la lumea w_0 dacă este adevărată în cel puțin una dintre lumile accesibile din lumea w_0 etc.

Pentru fiecare lume posibilă de referință și fiecare relație de accesibilitate, caracteristicile valorilor modale sunt altele, ajungând la diferite sisteme de logici modale¹². Semantica lumilor posibile trebuie respinsă deoarece:

1) O lume posibilă conține toate propozițiile compatibile între ele, ansamblul lumilor posibile trebuie să conțină toate propozițiile, cu excepția contradicțiilor, respectiv, pentru orice propoziție care nu este contradicție, trebuie să existe o lume posibilă care să o conțină. În acest caz, dacă există propoziții imposibile care nu sunt contradicții, ar trebui să existe lumi posibile din care acestea să facă parte, ajungând fie la confundarea valorilor logice și a celor modale, fie la absurditatea că există lumi posibile care conțin propoziții imposibile. Lumea respectivă ar trebui să fie, la rândul ei, imposibilă, deoarece conjuncția oricărei propoziții cu o imposibilă este imposibil adevărată. Prin urmare, ar trebui să existe lumi posibile imposibile.

2) Lumile posibile ar trebui să fie posibile împreună. Două sau mai multe propoziții sunt posibile împreună dacă sunt compatibile între ele. Dacă nu ar fi compatibile, ele nu ar fi adevărate împreună în nicio împrejurare. Oricare două lumi posibile sunt incompatibile deoarece, așa cum am văzut, o lume posibilă conține toate propozițiile compatibile între ele. Orice lume nu este parte a altei lumi pentru că nu s-ar putea deosebi între ele. Prin urmare, oricare două lumi trebuie să fie incompatibile și, totodată, oricare două lumi nu sunt posibile împreună. Cu alte cuvinte, nu pot exista mai multe lumi posibile, ci există o singură lume, *lumea reală*.

Vedem că semantica lumilor posibile nu soluționează problema înțelesului modalităților și trebuie recunoscut că putem rezolva această problemă doar în interiorul lumii reale¹³.

2. SEMANTICA MODALĂ CONTEXTUALĂ

Potrivit principiului bivalenței, propozițiile nu au o singură valoare de adevăr, prin urmare, trebuie să existe anumite condiții în care valoarea de adevăr a propozițiilor devine determinată. Ansamblul acestor condiții este numit *context*, relativ la un context, o propoziție are o singură valoare de adevăr. Deoarece contextele sunt

¹² James W. Garson, *op. cit.*, p. 98.

¹³ M.I. Cresswell, *Possible Worlds and Their Rivals*, Springer, Dordrecht, 1988, p. 34.

intensiuni, acestora le corespund extensiuni sau clase de propoziții, respectiv, unui context ca intensiune îi corespunde clasa tuturor propozițiilor care satisfac condițiile presupuse prin acel context. Convenim să păstrăm, cum este uzul limbii, termenul „context” și pentru extensiunea acestuia.

O propoziție devine adevărată atunci când contextul căreia îi aparține are loc. La fiecare moment are loc un singur context, prin urmare, există o funcție, pe care o numim *funcția de realizare*, de la timp la mulțimea contextelor, $r: T \rightarrow U$, $x = r(t)$. Contextele care sunt valori ale funcției r se realizează sau sunt reale și alcătuiesc *lumea reală*. Dintre toate funcțiile de realizare imaginabile se concretizează una singură pentru că, în alt caz, ar exista propoziții care nu ar avea valori determinate de adevăr, lumea nu ar fi determinată. Urmează că este posibilă o singură lume reală, iar în afara acesteia nicio altă lume nu poate exista¹⁴.

Conform principiilor noncontradicției și terțului exclus, dacă o propoziție aparține unui context, negația sa nu aparține și invers. În acest fel, orice propoziție, p , divide mulțimea contextelor în două clase disjuncte și complementare: P care conține toate contextele căreia îi aparține propoziția și P^* alcătuită din toate contextele care conțin negația propoziției respective. De câte ori se realizează un context din P propoziția p este adevărată, iar dacă se realizează un context din P^* , propoziția p este falsă.

Să presupunem că un context x are loc la momentul t . În acest caz, orice context care nu este compatibil cu faptul că x a avut loc la momentul t nu poate avea loc, nu poate fi valoare a funcției r , respectiv, nu se poate realiza. Totodată, niciun context nu poate avea loc la momentul t dacă realizarea lui nu este compatibilă cu orice context realizat până la acel moment, respectiv, dacă nu este compatibilă cu *istoria lumii* până la momentul t .

Am obținut rezultatul că istoria lumii până la un moment dat divide mulțimea contextelor, U , în două clase: R_t conținând contextele realizabile la momentul t și R^*_t căreia îi aparțin contextele irealizabile la momentul t . Prin aceea că un context este realizabil înțelegem că poate fi valoare a funcției r .

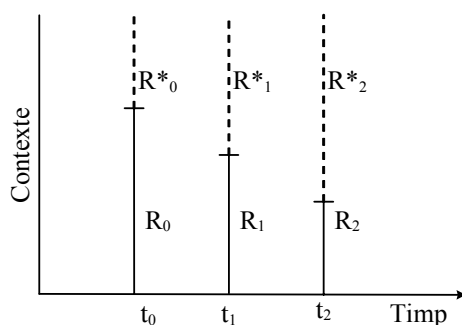


Figura 1. Contexte realizabile.

¹⁴ Charles S. Chihara, *op. cit.*, p. 23.

Presupunem că R_t nu este vidă, că lumea are viitor la momentul t sau că t nu este sfârșitul lumii. La rândul său, R_t este o parte a mulțimii contextelor și intersectează clasa P sau P^* :

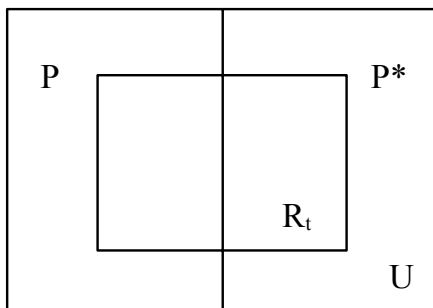


Figura 2. Sistem alcătuit dintr-o singură propoziție.

O propoziție, p , este adevărată numai dacă unul dintre contextele căruia îi aparține, unul dintre p -contexte, are loc sau se realizează, prin urmare, orice propoziție care aparține doar unor contexte irealizabile la momentul t , *nu poate fi adevărată* la momentul t , respectiv, este imposibilă la momentul t . Pentru ca o propoziție să fie necesară la momentul t trebuie ca indiferent care ar fi contextul realizabil care devine valoare a funcției r , propoziția p să aparțină acestui context, ceea ce se întâmplă numai dacă p aparține oricărui context realizabil.

Am obținut următoarele definiții pentru valorile modale, pe care le vom numi *contextuale* (c-modalități):

$N_{tp} = R_t \subset P$, p este necesară la momentul t dacă aparține oricărui context realizabil la acel moment;

$H_{tp} = R_t \subset P^*$, p este imposibilă la momentul t dacă nu aparține niciunui context realizabil la acel moment;

$Y_{tp} = (R_t \subset P)^* \& (R_t \subset P^*)^*$, p este întâmplătoare la momentul t dacă aparține numai unor contexte realizabile la momentul respectiv;

$M_{tp} = (R_t \subset P^*)^*$, p este posibilă la momentul t dacă aparține unor contexte realizabile;

$K_{tp} = (R_t \subset P)^*$, p este contingentă la momentul t dacă există contexte realizabile care nu o conțin;

$F_{tp} = (R_t \subset P) \vee (R_t \subset P^*)$, p este fatală la momentul t dacă aparține tuturor contextelor realizabile sau niciunuia.

Deoarece istoria lumii este unică, urmează că funcția de realizare este injectivă, prin urmare, putem înlocui contextele care se realizează prin momentele la care se realizează. Introducem notația $pt =_{\text{not}}$ „propoziția p aparține contextului care se realizează la momentul t ” sau, ceea ce este același lucru, $pt =_{\text{not}}$ „ p este adevărată la momentul t ”. De mai sus, reiese că o propoziție este necesar adevărată dacă aparține oricărui context realizabil la momentul t , ceea ce înseamnă că aparține oricărui

context care se realizează, ajungând la următoarele relații pentru valorile modale la momentul t_0 :

$$\begin{aligned} N_{0p} &\supset (t)pt, t \geq t_0; \\ H_{0p} &\supset (t)p^*t, t \geq t_0; \\ ((Et)pt \ \& \ (Et)p^*t) &\supset Y_{0p}, t \geq t_0; \\ (Et)pt &\supset M_{0p}, t \geq t_0; \\ (Et)p^*t &\supset K_{0p}, t \geq t_0; \\ F_{0p} &\supset ((t)pt \vee (t)p^*t), t \geq t_0. \end{aligned}$$

Dacă alegem un moment oarecare din viitor față de t_0 , o propoziție necesară este adevărată la acel moment, iar o propoziție imposibilă este falsă la orice moment ales. În schimb, dacă o propoziție este adevărată pentru unele alegeri și falsă pentru altele atunci acea propoziție este întâmplătoare. O propoziție ar putea fi posibilă la un moment dat fără să se realizeze niciodată deoarece clasa contextelor realizabile poate fi mai extinsă decât clasa contextelor care se realizează efectiv de-a lungul timpului.

Să observăm că propozițiile necesare nu se confundă cu tautologiile (decât într-un caz special, despre care vom vorbi) deoarece o necesară trebuie să aparțină contextelor realizabile, pe când o tautologie aparține oricărui context indiferent dacă se realizează vreodată sau nu; cu ajutorul tautologiilor (sau al logicii) nu putem distinge între real și imaginar. În schimb, orice tautologie este o propoziție necesară, dar nu invers. Determinarea valorii modale a unei propoziții poate fi făcută numai raportând propoziția respectivă la istoria lumii. Din perspectiva logicii, putem doar să stabilim anumite relații între valorile modale.

Constatăm că valorile modale depind de timp, o propoziție nu are în orice moment aceeași valoare modală. Se poate arăta că o propoziție întâmplătoare tinde să devină fatală, în vreme ce, propozițiile fatale își conservă valoarea modală indiferent ce s-ar întâmpla. Am văzut că, odată cu trecerea timpului, R_t se restrânge, având loc relația $R_{t+1} \subset R_t$. Să presupunem că, la un moment dat, p este întâmplătoare, respectiv, R_t nu este inclus nici în P , nici în P^* . Dacă R_t se restrânge, va veni un timp, cel mai târziu când R_t va fi alcătuită dintr-un singur context, când va fi inclusă fie în P , fie în P^* , respectiv, va veni un moment în care p va fi sau necesară, sau imposibilă.

Orice propoziție *istorică*, având sintaxa „ p a avut loc la momentul t ”, este fatală. O asemenea propoziție devine necesară dacă p a avut loc la momentul t și imposibilă dacă nu a avut loc. Prin urmare, istoria lumii, considerată conjuncția propozițiilor istorice, nu este întâmplătoare.

Totodată, dacă, la un anumit moment, o propoziție este necesară, rămâne necesară orice s-ar întâmpla și, la fel, dacă este imposibilă. De exemplu, să presupunem că p este necesară la momentul t_0 , respectiv, $R_0 \subset P$. La orice moment ulterior, t , are loc $R_t \subset R_0$, prin urmare, oricare ar fi t în viitor față de t_0 , obținem $R_t \subset P$, adică, p este necesară la orice moment ulterior lui t_0 ¹⁵.

¹⁵ James W. Garson, *op. cit.*, p. 66.

De exemplu, înainte de anul 1934, propozițiile din sistemul de mai jos aveau următoarele valori:

Toate deținătoarele Cupei Mondiale sunt din America de Sud. – adevărată/întâmplătoare
 Nici o deținătoare a Cupei Mondiale nu este din America de Sud. – falsă/imposibilă
 Unele deținătoare a Cupei Mondiale sunt din America de Sud. – adevărată/necesară
 Unele deținătoare a Cupei Mondiale nu sunt din America de Sud. – falsă/întâmplătoare¹⁶.

După anul 1934, când Italia a câștigat Cupa Mondială, valoarea lor modală s-a modificat astfel:

Toate deținătoarele Cupei Mondiale sunt din America de Sud. – falsă/imposibilă
 Nici o deținătoare a Cupei Mondiale nu este din America de Sud. – falsă/imposibilă
 Unele deținătoare a Cupei Mondiale sunt din America de Sud. – adevărată/necesară
 Unele deținătoare a Cupei Mondiale nu sunt din America de Sud. – adevărată/necesară.

Vedem cum propozițiile întâmplătoare înainte de anul 1934 au devenit fatale și, orice s-ar întâmpla în viitor, aceste propoziții își vor păstra valoarea modală de acum. Din perspectiva valorilor modale, evoluția lor s-a încheiat.

În funcție de momentul de referință, valorile modale ale propozițiilor pot fi diferite. Momentelor le corespund părți ale mulțimii contextelor, în calitate de contexte realizabile la momentele respective, deci, pe când semantica valorilor de adevăr se raportează la mulțimea contextelor, semantica modală are în vedere mulțimea părților mulțimii contextelor.

În cazul în care alegem chiar U ca mulțime de referință, propozițiile necesare coincid cu tautologiile, cele imposibile sunt contradicțiile, iar propozițiile întâmplătoare se suprapun propozițiilor factuale. De exemplu, dacă $R = U$, când considerăm că orice context este realizabil, dacă are loc relația $R \subset P$, înseamnă că p ar fi adevărată indiferent ce context s-ar realiza, prin urmare, dacă este necesară, p este tautologie. Invers, dacă p este tautologie, ar aparține oricărui context din U , dar U ar fi realizabil, prin urmare, p ar fi necesară.

Cunoscând valoarea modală a propozițiilor componente, putem calcula valoarea modală a propoziției compuse. Mai întâi, să stabilim condițiile în care negația unei propoziții are o anumită valoare modală, funcție de valoarea propoziției. Conform celor de mai sus, trebuie să aibă loc ecuația:

$$RP + RP^* = R, \text{ unde } R \text{ nu este vid.}$$

Propoziția p^* este necesară dacă intersecția RP este vidă, respectiv, dacă p este imposibilă; negația este imposibilă în cazul în care RP^* este vidă, când p este necesară și este întâmplătoare dacă p este întâmplătoare, obținând următorul tabel¹⁷:

¹⁶ Înainte de 1930, toate aceste propoziții erau întâmplătoare.

¹⁷ *Ibidem*, p. 63.

Tabelul 2
Valoarea modală a negației unei propoziții

p	p*
N	H
H	N
Y	Y

În cazul unui sistem alcătuit din două propoziții, p și q , mulțimea contextelor, U , este divizată în patru clase PQ , PQ^* , P^*Q și P^*Q^* :

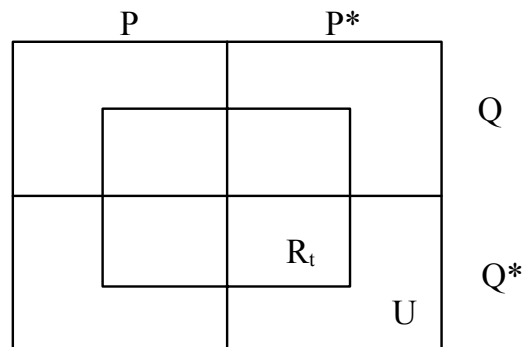


Figura 3. Sistem alcătuit din două propoziții.

Ecuția corespunzătoare conjuncției a două propoziții este:

$$RPQ + R(P^* + Q^*) = R, \text{ unde } R \text{ nu este vid.}$$

Conjuncția este necesară dacă $R(P^* + Q^*) = 0$. Deoarece R nu este vidă, rămân posibilitățile $RP^* = 0$ și $RQ^* = 0$. În cazul acesta, R este inclusă în intersecția PQ , ceea ce înseamnă că PQ nu poate fi vidă. Cu alte cuvinte, conjuncția a două propoziții este necesară numai dacă cele două propoziții sunt compatibile. Condiția suficientă este ca p și q să fie necesare. Prin urmare, conjuncția a două propoziții necesare este necesară deoarece propozițiile necesare simultan sunt compatibile între ele.

Conjuncția este imposibilă dacă $R(PQ) = 0$, ceea ce se întâmplă dacă $PQ = 0$ sau $P = 0$ sau $Q = 0$ sau $RP = 0$ sau $RQ = 0$. Prin urmare, dacă două propoziții sunt contrare între ele sau cel puțin una este contradicție sau imposibilă, conjuncția lor este imposibilă.

Conjuncția este întâmplătoare dacă $R(PQ) \neq 0$ și $R(P^* + Q^*) \neq 0$. Prima are loc dacă p și q sunt compatibile și ambele sunt posibile, iar a doua condiție este satisfăcută dacă cel puțin una dintre cele două propoziții este contingentă. Prin urmare, ambele propoziții nu sunt imposibile și cel puțin una dintre ele nu este necesară. Tabelul conjuncției este următorul, ținând seama și de condițiile necesare amintite:

Tabelul 3
Valoarea modală a conjuncției a două propoziții

p & q	N	H	Y
N	N	H	Y
H	H	H	H
Y	Y	H	Y

Constatăm că necesitatea este element neutru, iar imposibilitatea este element absorbant pentru conjuncție.

Ecuția corespunzătoare disjuncției este:

$$R(P + Q) + RP^*Q^* = R, \text{ unde } R \text{ nu este vid.}$$

Disjuncția este necesară dacă $R(P^*Q^*) = 0$. Soluția acestei ecuații este $P^*Q^* = 0$ sau $P^* = 0$ sau $Q^* = 0$ sau $RP^* = 0$ sau $RQ^* = 0$. Prin urmare, disjuncția a două subcontrare este necesară și, de asemenea, dacă cel puțin unul dintre termeni este o tautologie sau o propoziție necesară, disjuncția este necesară. Disjuncția este imposibilă dacă $R(P + Q) = 0$, respectiv, $RP = 0$ și $RQ = 0$. Am obținut că disjuncția a două contradictorii sau a două propoziții imposibile este imposibilă.

Disjuncția este întâmplătoare sub condițiile: $R(P^*Q^*) \neq 0$ și $R(P + Q) \neq 0$. Prima relație are loc dacă p și q sunt contingente, iar a doua, dacă p sau q este posibilă. Astfel, disjuncția a două propoziții este întâmplătoare dacă niciuna nu este necesară și cel puțin una nu este imposibilă. Valoarea modală a disjuncției este înfățișată în tabelului următor, ținând seama de cele de mai sus:

Tabelul 4
Valoarea modală a disjuncției a două propoziții

p v q	N	H	Y
N	N	N	N
H	N	H	Y
Y	N	Y	Y

Necesitatea este element absorbant pentru disjuncție, în vreme ce imposibilitatea este element neutru. Ecuția asociată implicației materiale este:

$$R(P^* + Q) + RPQ^* = R$$

Implicația materială este necesară dacă $R(PQ^*)$ este vidă. Putem, astfel, să deosebim *implicația reală*, diferită de implicația logică. În vreme ce implicația logică are loc dacă p & q^* este contradicție, implicația reală presupune că p & q^* este imposibilă, respectiv, nu există niciun context realizabil căruia să-i aparțină această conjuncție. Interpretările modale ale implicației materiale sunt date de următorul tabel:

Tabelul 5
Valoarea modală a implicației materiale

p \supset q	N	H	Y
N	N	H	Y
H	N	N	N
Y	N	Y	Y

O propoziție imposibilă *implică material* în mod necesar orice propoziție, iar o propoziție necesară este implicată material cu necesitate de orice propoziție, indiferent de valoarea sa modală. Cu alte cuvinte, deoarece implicația materială nu este comutativă, necesitatea este element absorbant la dreapta și neutru la stânga, iar imposibilitatea este absorbant la stânga și neutru la dreapta.

3. SEMANTICA MODALĂ A EVOLUȚIILOR

Deși se realizează o singură funcție r , la fiecare moment, sunt definibile și alte funcții pe axa timpului cu valori în mulțimea contextelor. Convenim să numim aceste funcții *evoluții alternative* sau *contrafactice* în raport cu lumea reală, care rămâne unică¹⁸. Odată cu derularea istoriei lumii, unele dintre evoluțiile realizabile, la un moment dat, devin irealizabile, după cum sunt compatibile sau nu cu istoria lumii la momentul respectiv¹⁹. Cu privire la o evoluție nu putem spune dacă este realizabilă sau nu decât în raport cu istoria lumii. Dacă ne limităm la perspectiva logică, evoluțiile sunt submulțimi de contexte, imagini ale diferitelor funcții e aplicate pe axa timpului sau șiruri strict ordonate de contexte:

Tabelul 6
Evoluțiile ca funcții de timp

<i>Timp</i>	t_0	t_1	t_2	...	t_n
<i>Evoluția₁</i>	$e_1(t_0)$	$e_1(t_1)$	$e_1(t_2)$...	$e_1(t_n)$
<i>Evoluția₂</i>	$e_2(t_0)$	$e_2(t_1)$	$e_2(t_2)$...	$e_2(t_n)$
<i>Evoluția_m</i>	$e_m(t_0)$	$e_m(t_1)$	$e_m(t_2)$...	$e_m(t_n)$

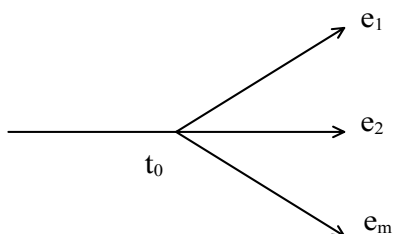


Figura 4. Evoluții alternative la momentul t_0 .

O propoziție poate aparține la diferite contexte dintr-o evoluție. Din perspectiva unei propoziții, deosebim trei categorii de evoluții:

¹⁸ Matthias Unterhuber, *Possible Worlds Semantics for Indicative and Counterfactual Conditionals*, Ontos, Frankfurt, p. 265.

¹⁹ S. Constantini, A. Tocchio, „A Logic Programming Language for Multi-Agent Systems”, *Logics in Artificial Intelligence*, (S. Flesca, S. Greco, N. Leone, G. Ianni, eds.), Springer, Berlin, 2002, p. 10.

1. evoluții de tipul P care conțin numai p -contexte;
2. evoluții de tipul P^* care conțin numai p^* -contexte;
3. evoluții de tipul P^\wedge care conțin atât p -contexte, cât și p^* -contexte.

Fie E_0 clasa evoluțiilor realizabile la momentul t_0 , unde $E_0 = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ ²⁰. Evoluțiile realizabile conțin numai contexte realizabile, astfel încât, $e_i \subset R_0$. De asemenea, orice context realizabil trebuie să fie valoare pentru o funcție e , altfel nu ar fi realizabil. Dacă notăm prin (E_0) ansamblul tuturor contextelor din e_i , atunci (E_0) conține toate contextele realizabile la t_0 și numai pe acestea, respectiv, $(E_0) = R_0$.

Considerând E_0 drept clasă de referință, putem defini valorile modale ale unei propoziții, p , la momentul t_0 , astfel:

- $N_{0p} = E_0 \subset P$, p este necesară la momentul t_0 dacă orice evoluție realizabilă conține doar p -contexte;
- $H_{0p} = E_0 \subset P^*$, orice evoluție realizabilă conține numai p^* -contexte;
- $Y_{0p} = (E_0 \subset P)^* \& (E_0 \subset P^*)^*$, unele evoluții realizabile conțin p -contexte, alte evoluții realizabile conțin p^* -contexte;
- $M_{0p} = (E_0 \subset P^*)^*$, unele evoluții realizabile conțin p -contexte etc.

Utilizând cuantificatori, ajungem la relațiile următoare:

- $N_{0p} = (e)(t)pt$, $e \in E_0$, $t \geq t_0$;
- $H_{0p} = (e)(t)p^*t$, $e \in E_0$, $t \geq t_0$;
- $Y_{0p} = ((Ee)(Et)pt \& (Ee)(Et)p^*t)$, $e \in E_0$, $t \geq t_0$;
- $M_{0p} = (Ee)(Et)pt$, $e \in E_0$, $t \geq t_0$ etc. De această dată, $pt =_{\text{not}} p$ aparține contextului $e(t)$.

Dacă o propoziție este necesară atunci, pentru orice evoluție realizabilă, aparține oricărui context al acelei evoluții; dacă o propoziție este imposibilă atunci, relativ la orice evoluție realizabilă, nu aparține nici unui context și dacă o propoziție este întâmplătoare atunci există evoluții, astfel încât, propoziția aparține unor contexte și există evoluții în care propoziția nu aparține unor contexte.

De pildă, necesitatea unei propoziții, p , la momentul t_0 are loc în cazul în care p este adevărată pentru orice evoluție și orice moment din acea evoluție după t_0 , respectiv, dacă următoarea expresie este adevărată la t_0 :

- $e_1: (p_{11} \& p_{12} \& \dots \& p_{1n} \& \dots) \&$
 $e_2: (p_{21} \& p_{22} \& \dots \& p_{2n} \& \dots) \&$
 \dots
 $e_m: (p_{m1} \& p_{m2} \& \dots \& p_{mn} \& \dots)$

Ținând seama de definițiile valorilor modale contextuale, obținem:

²⁰ Elementele clasei E sunt imaginile funcțiilor e_i , respectiv, $e_i(T)$, pentru care păstrăm notația e_i .

$(e)N_{c,p} \supset N_0p$
 $(e)H_{c,p} \supset H_0p$;
 $Y_{0p} \supset ((Ee)M_{c,p} \& (Ee)K_{c,p})$;
 $M_{0p} \supset (Ee)M_{c,p}$ etc.

Propozițiile c-necesare relativ la orice evoluție realizabilă sunt necesare, cele c-imposibile relativ la orice evoluție realizabilă sunt imposibile. În schimb, o propoziție întâmplătoare este c-posibilă în unele evoluții și c-contingentă în altele, iar o propoziție posibilă este c-posibilă față de cel puțin o evoluție. Dacă definim valorile modale în acest fel, acestea au proprietăți asemănătoare cu modalitățile contextuale, tabelele pentru negație, disjuncție, conjuncție etc., fiind aceleași. Acest lucru reiese de acolo că, în definițiile lor, dacă substituim E_0 cu (E_0) , ținând seama că $(E_0) = R_0$, ajungem la valorile modale contextuale.

Se poate construi un alt înțeles al valorilor modale, diferit de cel contextual și specific semanticii evoluțiilor când, prin propoziție necesară, nu înțelegem o propoziție care aparține oricărui context realizabil la un moment dat, ci o propoziție care aparține fiecărei evoluții realizabile. Din această perspectivă, o propoziție, p , este necesară dacă, pentru fiecare evoluție realizabilă la momentul t există un moment la care p are loc. De exemplu, p este necesară nu pentru că este adevărată pentru orice moment, ci atunci când există cu siguranță un moment la care p este adevărată. Bunăoară, propoziția „Este necesar să aibă loc eclipse de Soare” este adevărată nu pentru că eclipsa de Soare este permanentă, ci pentru că sigur va veni un moment în care aceasta se va petrece.

Ajungem la următoarele definiții ale valorilor modale, pe care le vom numi *evolutive* (sau e-modalități):

$n_0p = E_0 \subset (P + P^{\wedge})$, pentru orice evoluție realizabilă, p are loc la un moment oarecare;
 $h_0p = E_0 \subset P^*$, pentru orice evoluție realizabilă p nu are loc la niciun moment;
 $y_0p = (E_0 \subset (P + P^{\wedge}))^* \& (E_0 \subset P^*)^*$, există evoluții realizabile în care p aparține unui moment și există evoluții în care p^* aparține unui moment al acestora;
 $m_0p = (E_0 \subset P^*)^*$, unele evoluții realizabile conțin p -momente;
 $k_0p = (E_0 \subset (P + P^{\wedge}))^*$, există evoluții realizabile unde p nu are loc la niciun moment;
 $f_0p = (E_0 \subset (P + P^{\wedge})) \vee (E_0 \subset P^*)$, orice evoluție realizabilă conține p -momente sau nicio evoluție realizabilă nu conține niciun p -moment.

Imposibilul și posibilul au o definiție asemănătoare ca mai sus, dar celelalte valori au o altă definiție în această interpretare. Dacă apelăm la cuantificarea evoluțiilor și momentelor, ajungem la următoarele relații:

$n_0p = (e)(Et)pt$, $e \in E_0$, $t \geq t_0$; unde $pt =_{\text{not}} (p \in e(t))$.
 $h_0p = (e)(t)p^*t$, $e \in E_0$, $t \geq t_0$;
 $y_0p = ((Ee)(t)p^*t \& (Ee)(Et)pt)$, $e \in E_0$, $t \geq t_0$;
 $m_0p = (Ee)(Et)pt$, $e \in E_0$, $t \geq t_0$;
 $k_0p = (Ee)(t)p^*t$, $e \in E_0$, $t \geq t_0$;
 $f_0p = ((e)(Et)pt \vee (e)(t)p^*t)$, $e \in E_0$, $t \geq t_0$.

De pildă, propoziția p este e-necesară dacă are loc:

$$\begin{aligned} e_1: & (p_{11} \vee p_{12} \vee \dots \vee p_{1n} \vee \dots) \& \\ e_2: & (p_{21} \vee p_{22} \vee \dots \vee p_{2n} \vee \dots) \& \\ & \dots \\ e_m: & (p_{m1} \vee p_{m2} \vee \dots \vee p_{mn} \vee \dots) \end{aligned}$$

Relațiile dintre modalitățile evolutive și modalitățile contextuale sunt următoarele:

$$\begin{aligned} n_0p & \supset (e)M_cp; \\ h_0p & \supset (e)H_cp; \\ y_0p & \supset ((Ee)H_cp \& (Ee)M_cp); \\ m_0p & \supset (Ee)M_cp; \\ k_0p & \supset (Ee)H_cp; \\ f_0p & \supset ((e)M_cp \vee (e)H_cp). \end{aligned}$$

Să demonstrăm prima relație:

$$\begin{aligned} n_0p & = E_0 \supset (P + P^\wedge), \text{ poate fi scrisă:} \\ n_0p & = (e)(eP \neq 0), \text{ dar oricare ar fi } e, \text{ are loc: } e \subset R_0, \text{ prin urmare:} \\ n_0p & \supset (e)(R_0P \neq 0), \\ (R_0P \neq 0) & = M_cp \\ n_0p & \supset (e)M_cp \end{aligned}$$

Propozițiile e-necesare sunt posibile contextual în orice evoluție realizabilă. Dacă o propoziție este e-necesară, înseamnă că aparține cel puțin unui context din orice evoluție realizabilă, prin urmare, este c-posibilă în orice evoluție din E_0 .

În schimb, dacă o propoziție este contextual imposibilă în orice evoluție realizabilă, înseamnă că oricum ar evolua lumea, acea propoziție nu se va realiza niciodată, prin urmare, este imposibil să fie adevărată. Propozițiile întâmplător adevărate sunt posibile în unele evoluții și sunt imposibile în altele, căci, dacă ar fi posibile contextual în orice evoluție ar fi necesare, iar dacă ar fi imposibile, atunci ar fi, la rândul lor, imposibile.

Modalitățile evolutive se comportă diferit față de modalitățile contextuale, de pildă, dacă o propoziție are o anumită e-valoare modală, negația ei nu are întotdeauna o valoare determinată. Dacă E este clasa evoluțiilor realizabile la un moment oarecare, ecuația satisfăcută de clasele de evoluții corespunzătoare propoziției p este:

$$EP + EP^* + EP^\wedge = E$$

Să presupunem că p este necesară, când $EP^* = 0$. În acest caz, ecuația de mai sus devine:

$$EP + EP^\wedge = E$$

Negația propoziției respective poate fi necesară, dacă $EP = 0$, imposibilă, dacă $EP^{\wedge} = 0$ sau întâmplătoare, în situația în care EP^{\wedge} nu este vidă. Cu alte cuvinte, dacă o propoziție este e-necesară, negația sa poate avea orice valoare modală evolutivă. Nu este exclusă situația în care, față de o anumită clasă de evoluții, atât propoziția cât și negația ei să fie necesare. De pildă, este necesar ca în viitor să se producă o eclipsă de Soare, dar, totodată, este necesar să existe momente la care să nu fie eclipsă de Soare.

În cazul în care p este imposibilă, $E(P + P^{\wedge}) = 0$, ajungem la ecuația $EP^* = E$, când p^* este necesară. Prin urmare, dacă o propoziție este imposibilă evolutiv la un moment dat, negația sa este necesară evolutiv la acel moment.

În sfârșit, dacă p este întâmplătoare, nici EP^* , nici $E(P + P^*)$ nu sunt vide. Dacă EP este vidă, negația este necesară, în alt caz, este întâmplătoare. Prin urmare, negația unei propoziții întâmplătoare este posibilă. Am obținut următorul tabel pentru negație, unde negația unei propoziții necesare este nedeterminată, respectiv, poate avea orice valoare modală, negația unei imposibile este necesară, iar negația unei propoziții întâmplătoare este posibilă:

Tabelul 7
Valoarea modală a negației unei propoziții în semantica evolutivă

p	p*
n	nedeterminat
h	n
y	m

Pe când relația $hp \supset np^*$ are loc, reciproca nu este valabilă, prin urmare, nu putem defini necesitatea prin relația bine cunoscută $np =_{df} m^*p^*$, pornind de la posibilitate²¹. De asemenea, nici formula $Np \supset p$ nu se susține deoarece valorile de adevăr sunt raportate la un context, iar valorile modale la structuri de contexte; o propoziție poate fi necesară relativ la un context (când se petrece sigur la un anumit moment), dar să fie falsă în acel context. De pildă, în acest moment este fals că „Narița Ionel este mort”, dar, cu necesitate, indiferent cum va evolua lumea, la un moment dat, propoziția respectivă va fi adevărată²². În ce privește valoarea e-modală a conjuncției, dacă unul dintre termeni este imposibil, conjuncția este, la rândul ei, imposibilă. În schimb, dacă ambii termeni sunt necesari nu se poate spune nimic despre conjuncție deoarece propozițiile respective pot avea loc la momente diferite, în contexte diferite, prin urmare, nu putem afirma nimic despre conjuncția lor.

²¹ James W. Garson, *op. cit.*, p. 20.

²² *Ibidem*, 2006, p. 38.