

INEDITE

RADU STOICHIȚĂ

POSIBILUL ȘI NECESARUL ÎN SISTEMELE MODALE S4 ȘI S5

Nota editorului. Se împlinesc anul acesta 100 de ani de la nașterea lui Radu Stoichiță (1920–1981), profesor de logică la Facultatea de Filosofie a Universității din București. Lucrarea, inedită, este cuprinsă într-un manuscris de 11 pagini (format A5), înmănat, alături de alte manuscrise ale autorului, lui Cristian Petru de către dna Stoichiță, în anul 1983.

Paginile 3, 4 și 5 au notate pe verso câteva însemnări de lucru, neintegrabile totuși în text. Spre a-i da o formă publicabilă au fost operate câteva reșezări în pagină, eliminări de semne (precum săgeți, bare etc.) și completări, pentru obținerea unei expunerii constant discursive și fluente. De asemenea, au fost elaborate câteva fraze introductive – notate între paranteze: $\langle \rangle$ – pornind de la notațiile aflate pe contrapagina filei 5. Tot între paranteze au fost incluse mici adaosuri.

Titlul a fost propus de editori: Cristian Petru și Adrian Miroiu, care au elaborat și notele de final. Editarea de față a fost realizată de cei doi în anul 1984.

E posibil ca această lucrare să fi fost scrisă într-o perioadă apropiată de aceea în care a fost elaborat studiul „Relația asertoric – modal – deontic”, publicat în *Revista de filozofie*, 21, 3, 1974, pp. 305–319, așadar în prima jumătate a deceniului al optulea al secolului trecut. Punctul său de plecare pare să fi fost un studiu scris fie de J. Łukasiewicz, fie de un logician din școala sa. (Nu am reușit să identificăm acest studiu.) Presupunerea aceasta se întemeiază pe utilizarea procedurii lui Łukasiewicz de a lua ca valori de adevăr pentru Mp perechi (sau, în cazul general, n -tuple) de forma (1, 3) sau (1, 1) etc.

De asemenea, în text este dat un citat, marcat între ghilimele, a cărui sursă nu e însă indicată.

În rest, atât modul în care e condusă argumentația, cât și frazarea și vocabularul sunt fără dubii ale lui Radu Stoichiță (*Nota de Adrian Miroiu*).

⟨În cele ce urmează cifra „1” simbolizează adevărul, iar cifra „3” simbolizează falsul⟩. În logica clasică o propoziție p are ca valoare de adevăr fie adevărul, fie falsul. În logica modală o propoziție precum p vom considera că posedă ca valoare de adevăr o secvență (x_1, x_2, \dots, x_n) , unde $x_i = 1$ sau $x_i = 3$ ($1 \leq i \leq n$). Mp și Lp – posibil p , respectiv necesar p – sunt de asemenea propoziții; prin urmare, valorile lor de adevăr sunt tot secvențe de forma (x_1, x_2, \dots, x_n) . Rămâne de văzut dacă și cum se pot determina secvențele care corespund lui Mp , respectiv Lp atunci când e cunoscută secvența pentru p .¹

Aceasta e problema avută în vedere mai jos. Se va arăta că soluția e diferită dacă ne raportăm la sisteme diferite de logică modală, de exemplu sistemele S4 și

¹ Pentru cazul standard, când avem $n = 1$ în secvența (x_1, x_2, \dots, x_n) , e binecunoscut faptul că Mp (ca și Lp) nu e funcție de adevărul lui p : dacă p e adevărat, atunci Mp e de asemenea adevărat; dar, dacă p e fals, nu se poate infera nimic cu privire la valoarea de adevăr a lui Mp .

S5.² În cazul particular în care secvența corespunzătoare lui p are doar doi membri, atunci se obțin următoarele patru posibilități:

$$p = 11$$

$$p = 13$$

$$p = 31$$

$$p = 33$$

În continuare se definește negația unei secvențe (x_1, x_2) în felul următor: $N(x_1, x_2) = (Nx_1, Nx_2)$. Analog, se definesc implicația a două secvențe: $C((x_1, x_2)(x'_1, x'_2)) = (C(x_1, x'_1), C(x_2, x'_2))$, conjuncția K etc.³ Se obțin astfel următoarele matrici⁴:

p	Np
11	33
13	31
31	13
33	11

² Sistemele modale S4 și S5 sunt unele dintre cele mai importante și mai cercetate sisteme de logică modală. Axiomatizarea dată lor de von Wright (*An Essay in Modal Logic*, Amsterdam, 1951, Appendix II; ne referim la această axiomatizare întrucât ea este redată de A.N. Prior în *Formal Logic*, Oxford, 1962, p. 202, lucrare pe care R. Stoichiță o cunoștea sigur) este următoarea.

Se adaugă axiomelor calculului propozițional asertoric următoarele axiome:

AB1. $CpMp$

AB2. $EMApqAMpMq$

și regulile

RB1. Dacă $Ea\beta$, atunci $EMaM\beta$

RB2. Dacă α , atunci $L\alpha$.

Dacă se adaugă axioma

AC1. $CMMpMp$

se obține un sistem logic modal echivalent cu S4, iar dacă se adaugă axioma

AC2. $CMNMpNMp$

se obține un sistem logic modal echivalent cu S5. Se poate de asemenea arăta că S5 îl include pe S4.

³ R. Stoichiță folosește în toată lucrarea scrierea poloneză.

⁴ A se compara și cu matricile definite în Łukasiewicz, *Aristotle's Syllogistic*, cap. VII.

C	11	13	31	33
11	11	13	31	33
13	11	11	31	31
31	11	13	11	13
33	11	11	11	11

În studiile de logică modală se folosesc uneori matrici tetravalente. Ele se obțin ușor din cele de mai sus scriind 1 pentru secvența 11, 2 pentru secvența 13, 3 pentru secvența 31 și 4 pentru secvența 33.

Mai jos vor fi studiate două moduri distincte de a defini secvențe pentru Mp , respectiv Lp pe baza celei pentru p și vor fi cercetate unele consecințe ale lor de natură logică-filosofică.)

Pentru S5

A) Secvența pentru Mp este secvența conținând numai 1 atât timp cât secvența pentru p conține numai 1; iar dacă secvența pentru p este una numai cu 3, la fel este secvența pentru Mp . (De exemplu, pentru $p = 1x$, $\rangle Mp = 11$, căci $p = 11$ este $Mp = 11$ și $p = 13$ este tot $Mp = 11$.)

În genere, dacă în secvența pentru p avem numai un singur 1, acesta poate fi fie în prima, fie într-o poziție intermediară. Dacă e în prima poziție, atunci el – acest 1 din secvența pentru p – ne va da $1x$, căci indiferent dacă imediat următoarea valoare a lui p va fi 1 sau 3, vom avea $Mp = 11$ (dacă $p = 11$ (atunci) $Mp = 11$ și (dacă) $p = 13$ (atunci) $Mp = 11$). – „ Mp care într-adevăr asertează faptul că p este adevărat măcar în una dintre cele două zile⁵ este el însuși adevărat în ambele zile dacă p este adevărat într-una din ele sau în ambele și e fals în ambele zile dacă p e fals în ambele zile”⁶. În consecință, a doua cifră pentru Mp fiind 1, dacă a treia cifră pentru p va fi 3, a treia cifră a lui Mp va fi din nou 1, căci prima lui cifră e deja 1. Tot așa, dacă a treia cifră pentru Mp va fi 1, la fel va fi și a patra, 1 dovedindu-se astfel *ereditar*. Dacă în schimb, însă, p va avea 1 într-o poziție intermediară, atunci exact acelei poziții îi va corespunde tot 1 în secvența Mp (e imposibil ca p să fie adevărat, iar Mp fals).

Având, deci, un 1 în secvența Mp , el va fi ereditar în ambele direcții, căci 13 din p ne dă 11 în Mp (în 11 di Mp al doilea 1 fiind ereditar spre dreapta, adică avansat spre sfârșitul seriei Mp – și anume pas cu pas), sau 31 din p ne dă tot 11 în Mp (în 11 din Mp – în acest caz – primul 1 e ereditar în raport cu al doilea 1, căci și

⁵ Exemplul permite o explicitare a demersului. Fie două zile a și b . În raport cu fiecare zi p este sau adevărat sau fals. Posibilul se definește însă în raport cu ambele zile: Mp este adevărat dacă cel puțin într-una din zile p e adevărat. De aceea putem scrie că valoarea lui Mp , relativ la perechea de zile (a, b) , este $(1, 1)$ deci că Mp e adevărat în raport atât cu a cât și cu b . În S5 nu e presupusă o ordine a celor două zile (a se vedea faptul că 1 în secvența lui Mp e ereditar și spre stânga și spre dreapta).

⁶ Acest citat nu e însoțit de referință bibliografică; nu am putut identifica sursa acestuia.

aici p este adevărat măcar în una din cele două zile. 1 va fi, prin urmare, ereditar către stânga seriei Mp – și anume pas cu pas). Dacă p va avea 1 pe ultima poziție caracterul ereditar al lui 1 din Mp acționând spre stânga va preschimba întreaga serie Mp în 1. În consecință, numai dacă seria p e desăvârșit lipsită de 1 va fi la fel și seria Mp , căci în această situație în seria Mp nu va apărea niciun 1. (Ceea ce nicicând nu e posibil să fie adevărat, și reciproc. E clară subalternarea posibilului față de real, lucru ce exclude principial o posibilitate indiferentă față de real și demonstrează caracterul ilicit al unei artificioase și sterile hipostazieri a posibilului, mostră de procedare speculativă prin unilateralizare.)

B) Secvența pentru Lp este secvența conținând numai 3 atât timp cât secvența pentru p conține vreun 3; iar dacă secvența pentru p este una numai de 1, la fel este secvența pentru Lp .

⟨De exemplu, fie⟩ $p = 11311$; ⟨atunci⟩ $Lp = 33333$ (odată dobândit 3 în Lp acesta devine ereditar. Ce e o dată fals nu mai poate fi necesar, adică întotdeauna (mereu) adevărat). ⟨Dacă însă⟩ $p = 11111$, ⟨atunci⟩ $Lp = 11111$. Aici faptul de-a fi adevărat – lucru constatat pas cu pas în întregul șir p – excluzându-se posibilitatea falsului, ne dă empiric necesarul drept sumă temporal-exhaustivă a adevărului⁷.

Pentru S4

A) $Lp = 1$ dacă $p = 1$, respectiv dacă p e adevărat pentru ambele zile⁸. $Lp = 4$ (respectiv fals pentru ambele zile) dacă $p = 2$, i.e. dacă p e adevărat numai azi (deci p încetează de-a mai fi adevărat mâine). $Lp = 3$ (respectiv, fals azi și adevărat mâine) dacă $p = 3$ (deci p devine adevărat – vezi ⟨raportul⟩ dintre „a înceta” și „a deveni”, între „involuție” și „evoluție”). $Lp = 4$ dacă $p = 4$, deci fals în ambele zile. (Față de S5, Lp din S4 are și valoarea 3 marcând devenirea, sensul progresiv, spre viitor, al realizabilității adevărului.)

B) Dacă utilizăm pe Mp pentru aserțiunea că ori este, ori va fi cazul p^9 („ori ... ori” ⟨este aici⟩ disjuncție exclusivă; în S5 Mp era disjuncție neexclusivă¹⁰); acest lucru e adevărat dacă p este adevărat în ambele zile ($Mp = 1$). Dacă p e adevărat azi, dar nu mâine, aserțiunea că ori e ori va fi cazul că ⟨ p ⟩ e adevărată azi, dar nu

⁷ Adică: p este necesar dacă e adevărat în toate zilele (mai în general formulat: p este adevărat în fiecare punct al secvenței).

⁸ În cazul în care „pozițiile” în raport cu care enunțurile (precum aici p sau Lp) dobândesc o valoare de adevăr sunt „zile”, semantica pentru S5 și S4 se formulează în felul următor: în S5, Lp este adevărat la o zi a dacă și numai dacă p e adevărat la orice zi b (la orice zi considerată). În S4, Lp e adevărat la o zi a dacă și numai dacă p e adevărat la orice zi b ulterioară lui a („ulterior” se definește astfel încât să fie o relație reflexivă și tranzitivă). Deci, dacă vrem să aflăm dacă Lp e adevărat azi, trebuie să vedem dacă p e adevărat azi și în orice zi ulterioară acestei zile. De aceea în S4 ordinea (a, b) a zilelor e relevantă.

Aici am avut în vedere semantica de tip Kripke a sistemelor S4 și S5 întrucât, cel puțin aici, ea face să fie mai ușor de înțeles analizele efectuate în lucrare.

⁹ Deci se cercetează valoarea de adevăr a lui Mp în raport cu ziua de azi.

¹⁰ Aceasta întrucât în S5 ordinea în care considerăm zilele nu este relevantă.

mâine ($M2 = 2$, respectiv numai azi una e adevărată, iar cealaltă falsă, mâine însă nu e cazul (= e areferențială¹¹); în cazul S5 e suficient ca una să fie adevărată indiferent de ziua în care este adevărată. Dacă p nu e adevărat azi, dar va fi (va deveni) mâine, aserțiunea că ori e ori va fi adevărat este adevărată în ambele zile ($M3 = 1$, respectiv aserțiunea „funcționează” Și mâine – ea nu încetează azi a funcționa – și deci adevărul și falsul se pot repartiza exclusiv, disjuncția exclusivă fiind prin acest fapt adevărată în respectivul interval luat ca întreg). Aici $Mp = 1$ nu ca în S5, unde măcar una era adevărată, ci pentru că cea adevărată se referă la mâine – vezi <faptul> că referința ei la azi dă 2; din același motiv referința la mâine dă în cazul lui Lp <valoarea> 3¹². În S4 $p = 2$ care atrage după sine $M2 = 2$ și $p = 3$ care atrage după sine $L3 = 3$; prima ($M2 = 2$) ne arată limitarea la azi, iar a doua ($L3 = 3$) caracterul hotărâtor al lui mâine.

Deci M e mai puțin adevărat în cazul $p = 2$ în raport cu M din S5 în același caz; iar L e mai puțin fals în cazul $p = 3$ în raport cu L din S5.

<Să vedem acum care este raportul în S4 dintre secvența lui p și a lui Mp . În cazul în care secvența are două elemente avem:>

p	Mp
11	11
13	13
31	11
33	33

p	13	11	33	3...
Mp	11	11	3...	

<Cercetând primele două linii se observă că> până aci avem ereditate de stânga, respectiv al doilea membru pentru Mp fiind 1; automat e așa și primul (<dacă> $p = 11$, <atunci> $Mp = 11$ și <dacă> $p = 31$, <atunci> $Mp = 11$). Însă ereditatea spre dreapta lipsește, căci dacă Mp are 1 pe primul membru, al doilea poate fi 1, dar poate fi și 3 (<avem situația în care $p =$ > 11, dar < $Mp =$ > 13). În consecință, dacă în ceea ce privește p după ultimul 1 urmează *exclusiv* 3, vom avea situația 13 pentru p și tot 13 pentru Mp (vezi cazul al doilea <în matricea de mai sus>); iar în continuare având iarăși 3 pentru p , în același loc Mp va fi tot 3, iar locul anterior e deja pentru Mp ocupat de 3. Deci 3 din locul doi al lui Mp , dacă primul său loc e

¹¹ „Areferențialitatea” lui Mp nu înseamnă în acest caz că Mp nu are valoare de adevăr în raport cu „mâine” (căci Mp e falsă), ci că un fapt nu are loc.

¹² Prin urmare, în S4 e, în primul rând, semnificativă *ordinea* în care sunt considerate diferite „poziții”. În S5, în situația de față, Lp e fals în raport cu *azi*, dar e adevărat în raport cu *mâine* (căci e adevărat mâine; iar mâine e singura zi care – aici – e „ulterioară” lui mâine). Deci dacă $p = 3$, atunci $Lp = 3$.

ocupat deja de 3, va da 33. Prin urmare, odată ce al doilea loc e ocupat de 3, urmând de acum *numai* 3, locul doi va reveni numai lui 3, iar primul va fi deja ocupat de 3. Către dreapta va fi, în aceste condiții precis determinate, ereditar exclusiv 3.

Lipsa de ereditate în ambele sensuri a lui 1, coroborată cu ereditatea către dreapta a lui 3 marchează faptul că adevărul lui Mp nu-l poate depăși pe cel al lui p , că Mp nu-i poate „supraviețui” lui p . Deci posibilitatea lui p *n-are o deschidere nelimitată spre viitor*. Și posibilul, deși a fost, poate înceta de-a mai fi, iar aceasta se și întâmplă necesar dacă susținerea realului îi lipsește, dacă și <cu începere> de atunci când adevărul corespunzător lui încetează, când, prin urmare, adevărul lui p nu poate nicicând să mai apară. Față de S5, Mp din S4 dobândește un plus de istoricitate, pierzându-și abstracta inerție la nesfârșit. Posibilul se preschimbă în imposibil când p nu mai poate nicicum fi adevărat. Caracterul relativ al adevărului (= faptul că un adevăr nu e destinat să se sustragă timpului) se reflectă din plin asupra posibilului, determinându-i destinul. A spune și despre posibil că a fost – iată ce scoate în evidență Mp conform lui S4.

<Trecem acum la cercetarea lui Lp :>

p	Lp
11	11
13	33
31	31
33	33

Lp are 3 până acolo unde este vreun 3 în secvența lui p ; iar dacă este vreun loc în secvența pentru p astfel încât de aici înainte să mai fie numai 1, Lp va avea de asemenea numai 1 de la acest punct. <De exemplu,>

$$p = 1311333111$$

$$Lp = 3333333111$$

Dacă pe al doilea loc e 3 în Lp , atunci va fi și în primul loc. Deci 3 e ereditar spre stânga. El – acest 3 – nu va fi însă ereditar și spre dreapta. Dacă 3 e pe primul loc, iar în locul următor e, pentru p , 1, atunci va fi și pentru Lp (<dacă> $p = 31$, <atunci> $Lp = 31$). Urmând pentru p în locul indicat 1, automat vom avea și pentru Lp tot 1, căci în „locul imediat următor” va fi al doilea loc din p , iar acesta fiind 1 impune pentru al doilea loc din Lp tot 1. Deci, odată stabilit 1 *pentru locul doi*, el – acest 1 – devine ereditar în succesivele locuri doi, dacă p va continua să aibă mereu, adică numai 1 de acum încolo. În aceste condiții net determinate ceea ce n-a fost adevărat și deci nici necesar poate deveni adevărat, iar dacă e mereu adevărat <este și> necesar. După cum în S4 putem spune despre Mp că a fost, dar poate să nu

mai fie, tot așa putem spune despre Lp că n-a fost, dar poate să fie. Deci dacă pentru Mp s-a dobândit *dimensiunea trecutului* prin puțința lui de-a înceta de-a mai fi pentru viitor, pentru Lp s-a dobândit dimensiunea viitorului, prin puțința lui de-a înceta de-a mai nu fi pentru viitor, deși n-a fost în trecut. Istoricitatea cuprinde și zona necesarului. În genere atât pentru Mp cât și pentru Lp – pentru fiecare în sensul său propriu – (e dobândită) *ideea de petrecere, de preschimbare*¹³. Posibilul se stinge și necesarul ia ființă odată ce unui adevăr i-a trecut timpul, iar altuia i-a venit vremea. În S4 observăm în acest fel la nivelul valorii de adevăr acțiunea dialecticului, lucru de primă importanță.

¹³ În S5 sunt teze:

$EMLpLp$
 $ELMpMp$

În S4 aceste expresii nu pot fi demonstrate. Argumentația lui R. Stoichiță are în vedere aici tocmai faptul că posibilitatea ca p să fie necesar nu echivalează cu necesitatea lui p (căci p poate să nu fie necesar, dar să devină necesar) și, pe de altă parte, faptul că imposibilitatea ca p să fie posibil nu echivalează cu imposibilitatea lui p (căci p a putut să fie posibil, deși, în viitor, nu mai e posibil). Necesarul are dimensiunea viitorului, iar posibilul are dimensiunea trecutului.

