O LECTURĂ KANTIANĂ PRIVIND OBIECTUL MATEMATIC LA GÖDEL

MARIUS AUGUSTIN DRĂGHICI
Institutul de Filosofie şi Psihologie „Constantin Rădulescu-Motru" al Academiei Române

Abstract. In this study, I attempt to argue that there is a correspondence between Gödel's way of grounding the „existence" of the mathematical object and the analytic-transcendental type of determination of the Kantian „pure *a priori* forms" (i.e., the categories and the pure *a priori* intuitions of space and time). One consequence of this correspondence is (in spite Gödel's own opinion) a convergence of both Kant and Gödel with respect to the *objectivity level* of their justificative procedure. I have also emphasized two other similar analogies: on one hand, between Gödel's mathematical intuition and Kant's pure intuition and, on the other hand, between the Kantian synthetic *a priori* character and Gödel's „non-empirical quality elements". Moreover, this kind of similarities could be explained by the more substantial correspondence between the epistemic status of the three theoretical levels of Kant's program and those of Gödel's viewpoint on mathematics (i.e., the mathematical object, the truthfulness of mathematical axioms and the Euclidean model of geometry).

Keywords: mathematical object; Kant; pure intuition; mathematical intuition; certainty; axiom.

Cum reiese şi din titlu, textul de faţă se referă, în primul rând, la domeniul matematicii „pure": problema privind statutul obiectului matematic se înscrie între cele care ţin de ceea ce s-a numit, mai ales în dezbaterile din a doua parte a secolul trecut, „problema entităţilor matematice", care, alături de „problema naturii cunoaşterii matematice", au constituit marile provocări ale programelor fundaţionale din epistemologia matematicii. Această perioadă, a cercetărilor din fundamentele matematicii, a fost generată de criza antinomiilor teoriei mulţimilor – aşa-zisa criză a fundamentelor. Ceea ce a rezultat a presupus, în primul rând, chestiuni ce ţin de filosofia matematicii (exersată, în special, de matematicieni cu cunoştinţele temeinice ale domeniului întotdeauna la îndemână), unde, uneori, rigurozitatea o depăşea chiar pe cea a matematicii propriu-zise. Cronologic, cercetarea fundaţională a fost urmată, relativ brusc, de studiul dinamicii matematicii şi al rolului şi semnificaţiei aplicării ei în ştiinţe[1].

[1] Vezi Ilie Pârvu, *Introducere în epistemologie*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1984, p. 221.

Rev. filos., **LXVIII**, *1*, p. 13–28, Bucureşti, 2021

O abordare a problemei obiectului matematic are în vedere sau comportă, într-o primă instanţă, ştiutele aspecte „ontologice”: 1) este obiectul matematic ideal, o construcţie teoretică a minţii noastre? 2) este obiectul matematic numai ideal sau este şi „real”? 3) este obiectul matematic, în primul rând, „real”? La toate acestea, se mai poate adăuga: 4) Ce înseamnă că obiectele matematice *sunt, există* sau că sunt *reale*?

În ceea ce priveşte textul de faţă, pentru a lămuri contextul demersului nostru, voi rezuma la început, pe scurt, raportările dinspre programele fundaţioniste din matematică la problema obiectului matematic, oprindu-mă apoi la poziţia filosofică a lui Gödel în chestiune. Comentariul kantian cu privire la aceasta va ţinti, mai exact, modalitatea argumentativă şi contextul epistemologic în care autorul austriac problematizează în încercarea de a susţine poziţia că obiectele matematice „există”. Vom descrie acest context prin prisma unei comparaţii: analogic vorbind, spre deosebire de ceea ce credea Gödel, între modalitatea sa de a susţine „existenţa” obiectelor matematice şi strategia argumentativă utilizată de Kant pentru a justifica validitatea şi „realitatea” obiectivă a categoriilor (mai ales în *Prolegomene* şi în *Critica raţiunii pure* B) există mai degrabă o similitudine, decât o diferenţă. Pe lângă aceasta, aici (doar) voi schiţa un paralelism între felul în care Gödel înţelege raportarea tipului de cercetare din fundamentele matematicii (cum se manifestă, de exemplu, în problema teoriei mulţimilor) la geometria euclidiană şi modalitatea în care este considerată matematica pură de către Kant în raport cu geometria timpului său[2]. În fine, în pofida a ceea ce credea Gödel despre diferenţele dintre el şi Kant, voi sugera o corespondenţă între cele trei niveluri teoretice alte programului transcendental kantian şi cele trei care pot fi desprinse din poziţionările lui Gödel (al „entităţilor sau obiectelor matematice”, al spaţiului epistemologic deschis de *tipul* de adevăr al axiomelor matematice şi cel al geometriei euclidiene).

Pornind de la ceea ce istoria matematicii ne relatează, în cele de mai jos vom prezenta, pe scurt, locul şi rolul pe care discuţia în legătură cu „entităţile matematice” le presupune în determinarea contextului epistemologic al „dialogului” propus între Kant şi Gödel. Existenţa acestui „dialog”, la o distanţă de aproape o sută cincizeci de ani, este întărită de mărturisirea lui Gödel privind influenţa ideilor kantiene asupra gândirii sale filosofice în general, în urma lecturilor din operele autorului german desfăşurate pe o perioadă de aproape doi ani (1922/1923)[3].

Aşa cum arată I. Pârvu, „programele metateoretice de cercetare” precum logicismul, formalismul şi intuiţionismul au avut în vedere, în mare măsură, şi redefinirea obiectului de studiu al matematicii[4], adică, mai simplu, cu ce anume se

[2] Această temă va constitui subiectul unui viitor studiu.

[3] Vezi Gabriella Crocco, *Gödel, Leibniz and „Russell's mathematical logic”*, în Ralf Kromer, Yannick Chin-Drian (editors), *New essays in Leibniz reception: in Science and Philosophy of Science 1800–2000*, Birkhäuser-Springer Science, 2013, pp. 217–256.

[4] Vezi Ilie Pârvu, *op. cit.*, p. 221.

ocupă matematica şi matematicienii în general, care este obiectul propriu-zis al matematicii şi, mai ales, ce *tip* de statut poate avea acesta (pur ideal, teoretic, inclusiv un caracter ontologic etc.). Această chestiune de mare generalitate conţine, implicit, problema conceptului de obiect matematic *ca atare*. Aşa cum spunea Quine[5] încă din 1953, perspectivele fundaţioniste (logicismul, formalismul şi intuiţionismul) au propus în domeniul filosofiei matematicii soluţiile filosofice care au fost formulate la „problema universaliilor": realismul, nominalismul şi conceptualismul. Translatat în abordarea temei noastre, acest punct de inflexiune în istoria matematicii (din cercetările privind fundamentele matematicii) s-a tradus prin încercarea unor soluţii la problemele fundaţionale ale matematicii propriu-zise.

Revenind la cele trei perspective asupra obiectului matematic enunţate mai sus (realismul, conceptualismul şi nominalismul), în niciunul dintre aceste cazuri nu este vorba despre o înţelegere a acestor obiecte ca „existenţe reale". Această precizare este importantă, căci va face mai uşoară înţelegerea „falsei" situări, pe poziţii opuse, a lui Gödel faţă de Kant în chestiunea *justificării* „existenţei" obiectului matematic, respectiv a categoriilor intelectului. Cea mai apropiată poziţie de înţelegere a obiectelor matematice ca existenţe cvasireale (aici apare şi o posibilă legătură cu poziţionarea după care matematica este „în afara noastră") o regăsim la „realişti", care acordă acestor entităţi matematice o existenţă în sine, autonomă, independentă de construcţiile noastre conceptuale şi de limbaj, dar, totuşi, nelocalizabilă în spaţiu şi timp. Celelalte două curente din filosofia matematicii recunosc cu atât mai puţin posibilitatea ca aceste obiecte să aibă o existenţă reală: în timp ce conceptualismul vede în obiectele matematice rezultate ale gândirii noastre, entităţi abstracte, scheme conceptuale, structuri teoretice pur şi simplu, nominalismul este şi mai lax, reducând întreaga matematică la „jocurile de limbaj", la un soi de convenţie lingvistică[6].

Cel mai important curent pentru realismul matematic este *logicismul*. Reprezentanţii săi implicaţi cel mai mult în elaborarea şi conturarea acestei poziţii în ontologia matematicii au fost, enumeraţi de I. Pârvu oarecum cronologic, Frege, Russell, apoi Church, Carnap şi Quine. Aşa cum observă autorul nostru, au fost poziţionări foarte apropiate realismului matematic şi la Cantor, Bolzano, Whitehead şi, ceea ce ne interesează aici, la Gödel.

Vom aborda, în continuare, modalitatea în care Gödel a înţeles întemeierea epistemologică a poziţiei realismului din filosofia matematicii, cu referire la statutul „entităţilor matematice", respectiv al obiectelor matematice. În ceea ce priveşte întemeierea ca atare, Gödel a explicat-o, aşa cum se exprimă I. Pârvu, într-o manieră „cvasikantiană". În *Russell's mathematical logic*, un capitol dintr-un volum editat de P.A. Schilpp în 1944 şi dedicat filosofiei lui Russell (*The Philosophy of Bertrand Russell*), Gödel spunea: „...clasele şi conceptele pot fi reprezentate ca obiecte reale... existând independent de definiţiile şi construcţiile noastre". Şi, mai

[5] *Ibidem.*
[6] *Ibidem.*

apoi: „...admiterea unor asemenea obiecte este aproape la fel de legitimă ca şi admiterea corpurilor fizice şi există o întemeiere la fel de mare pentru a crede în existenţa lor. Ele sunt în acelaşi sens necesare pentru a obţine o teorie satisfăcătoare a matematicii după cum corpurile fizice sunt necesare pentru a obţine o teorie satisfăcătoare a percepţiilor noastre sensiblie”[7].

Un alt fragment la care se referă I. Pârvu, important pentru discuţia noastră de mai jos, este cel în care Gödel spune că „existenţa unui anumit gen de obiecte reale – mulţimi, clase sau concepte –, considerate a reprezenta domeniul de studiu al matematicii, este *necesară* (s.n.) pentru a putea explica particularităţile principale ale *cunoaşterii* (s.n.) matematice – intuiţia matematică şi adevărul matematic. Astfel, adevărul axiomelor teoriei mulţimilor, care ni se impune prin el însuşi, ne constrânge să admitem existenţa unei «percepţii a obiectelor teoriei mulţimilor», iar această intuiţie matematică nu poate fi – la rândul ei – explicată fără a presupune un «dat» exterior, de un alt fel decât existenţa fizică”[8]. În *Ce este problema continuului a lui Cantor?*, autorul austriac spune, cu referire la despărţirea sa de Kant, că „nu decurge, totuşi, deloc (...) că datele de acest al doilea gen [este vorba despre obiectele matematice, n.n.], întrucât nu pot fi asociate cu acţiunea unor anumite lucruri asupra organelor noastre de simţ, ar fi ceva pur subiectiv, aşa cum a afirmat Kant. Mai degrabă, ele pot reprezenta de asemenea un aspect al realităţii obiective, dar, în opoziţie cu senzaţiile, prezenţa lui în noi se poate datora unui alt gen de relaţie dintre noi şi realitate”.

Cum ne arată şi I. Pârvu în nota de subsol, aici ar fi vorba despre argumentul lui Gödel în sprijinul unui „realism set-teoretic”, care, cum se ştie, a fost supus multor comentarii şi chiar respingeri. De reţinut este, în special, spune Pârvu, critica din punctul de vedere al „teoriei cauzale a cunoaşterii”. Această respingere susţine că, în cazul percepţiei obiectelor materiale, am avea a face cu o interacţiune cauzală cu organele noastre de simţ, ceea ce nu se poate spune despre situaţia descrisă de Gödel din cazul obiectelor intuiţiei matematice. Cu alte cuvinte, dacă în situaţia primă avem o explicaţie bazată pe un fenomen cauzal, în cea de-a doua, unde obiectele matematice ar trebui să joace acest rol (cauzal) – dat fiind că natura acestora nu este una „materială”, ca în lumea fizică –, situaţia nu poate fi analogă. În concluzie, implicit, critica la Gödel spune că nu se poate discuta nici despre o analogie între matematică şi ştiinţele naturii. Există şi o contrareacţie la această critică, I. Pârvu amintind despre o „combinare a realismului lui Gödel cu teoria cauzală a percepţiei prin apel la psihologia genetică a lui J. Piaget”[9].

În ceea ce priveşte demersul nostru, lansăm următoarea provocare: în ce măsură înţelegerea poziţiei lui Gödel poate fi asumată apelând la alte resurse decât acea combinare a realismului său cu teoria cauzală a lui Piaget, şi, mai mult, cum

[7] Cf. Ilie Pârvu, în Kurt Gödel, *Russell's mathematical logic*, în *ibidem*, p. 222.

[8] Kurt Gödel, *Ce este problema continuului a lui Cantor?*, în Ilie Pârvu (ed.), *Epistemologie. Orientări contemporane* (antologie), Editura Politică, Bucureşti, 1974, pp. 317–338.

[9] Ilie Pârvu, *Introducere...*, ed. cit., p. 223.

poate fi susţinut punctul de vedere al lui Gödel exprimat mai sus chiar din perspectivă kantiană, deşi acesta considera că filosoful german este pe poziţii opuse? Vom susţine, aşadar, similitudinea poziţiei sale cu cea a lui Kant privind problema distribuirii regimurilor de obiectivitate, respectiv, de subiectivitate prin raportarea la *modalitatea* de întemeiere sau justificare a obiectelor matematice (Gödel), respectiv, a categoriilor (Kant) vs. cea a „obiectelor din afara noastră". Aceasta nu înseamnă neapărat că autorul austriac l-a înţeles greşit pe Kant, ci doar că poziţia sa poate fi susţinută într-o *anumită* interpretare kantiană. Pornind de la această înţelegere, vom încerca să arătăm apoi că poziţiile celor doi aproape că se suprapun şi în următoarele privinţe: regimul epistemologic în raportarea la necesitatea apodictică şi la calitatea „sintetică" a matematicii pure; raportul acesteia din urmă cu geometria euclidiană; convergenţa tri-nivelară între modelul epistemologic propus de programul kantian (aşa cum îl interpretăm noi) şi cel al lui Gödel din interiorul fundamentelor matematicii.

Aşadar, reluăm în context elementele principale susţinute de Gödel până acum, în vederea unui excurs mai lung în două dintre lucrările lui Kant – *Critica raţiunii pure*[10] şi *Prolegomene*[11]. Pentru a clarifica legătura acestui excurs cu tema noastră, reamintim spusele lui Gödel după care „mulţimile, clasele şi conceptele" matematice reprezintă *obiectele matematice*; mai spunem că sensul „adevărului axiomelor teoriei mulţimilor" este exprimabil, în termeni kantieni, prin sensul „caracteristicilor sintetice *a priori* evidente ale matematicii pure". Le-am putea gândi ca „marcă" a acestor obiecte matematice, acel ceva care le face să reprezinte ceea ce reprezintă sau în virtutea căruia sunt considerate ca fiind ceea ce sunt. Această „identitate", configuraţie specifică, produce o „intuţie matematică" a unui *anumit fel* de existenţă a acestor „entităţi" (Gödel).

Problema care se pune acum este următoarea, ţinând cont de cele afirmate de autorul austriac: în termenii propuşi de noi, ce este această „marcă" (a *tipului* de adevăr al axiomelor) şi ce presupune ea astfel încât livrează intuiţiei (matematice) perceperea unui „tip de existenţă" a obiectelor matematice? Întrucât entităţile în discuţie îşi justifică „existenţa" prin *evidenţa* furnizată de această structură de necesitate şi de validitate („*adevărul* axiomelor teoriei mulţimilor"), considerăm că este necesar să elucidăm care este raportul de nivel dintre domeniul „existenţei" acestor obiecte şi cel al *naturii* evidenţei adevărului unor astfel de entităţi.

Gödel mai spune că entităţi precum „clasele şi conceptele" pot fi reprezentate ca obiecte reale şi că acestea „există *independent* (s.n.) de definiţiile şi de construcţiile noastre". Se referă apoi la necesitatea de a admite asemenea obiecte într-o manieră aproape la fel de legitimă ca şi admiterea corpurilor fizice, având o întemeiere la fel de mare pentru a crede în existenţa lor. Mai mult, Gödel susţine că

[10] Imm. Kant, *Critica raţiunii pure*, traducere de Nicolae Bagdasar şi Elena Moisuc, ediţia a III-a îngrijită de Ilie Pârvu, Bucureşti, Editura IRI, 1998.

[11] Imm. Kant, *Prolegomene*, „Cuvânt înainte" şi traducere de Mircea Flonta, Bucureşti, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, 1987.

ele sunt în acelaşi sens necesare pentru a obţine o teorie satisfăcătoare a matematicii după cum corpurile fizice sunt necesare pentru a obţine o teorie satisfăcătoare a percepţiilor noastre sensibile (*ibidem*); în continuare, aflăm că domeniul de studiu al matematicii este exprimat de obiecte reale precum „mulţimi, clase sau concepte". Dar acestea sunt demonstrate ca reale prin adevărul lor matematic, ce ne furnizează o intuiţie matematică în care, abia, obiectele în discuţie îşi au întemeierea necesară. Mai clar, acest lucru (necesitatea admiterii realităţii obiectelor) se bazează pe *evidenţa* adevărului matematic generată în intuiţia matematică. Atât adevărul matematic, cât şi intuiţia matematică sunt considerate de Gödel particularităţile principale ale cunoaşterii de acest tip.

Exemplul concret al autorului austriac este, cum am văzut, din teoria mulţimilor, cu adevărul evident al axiomelor acesteia, care, impunându-se de la sine (prin evidenţă), ne constrânge să admitem „existenţa unei «percepţii a obiectelor teoriei mulţimilor», iar această intuiţie matematică nu poate fi – la rândul ei – explicată fără a presupune un «dat» exterior, de un alt fel decât existenţa fizică"[12].

Până la acest moment pare că avem un tip de demonstraţie *indirectă* sau prin regresie logică (un tip de argument *regresiv*); de asemenea, argumentul pare că ar avea ceva şi din tipul argumentului ontologic, prin care se pretinde o demonstrare a ceva ce era, de fapt, presupus din premise, dar ocultat (aici, în plus, am avea inclusiv trecerea ilicită din planul teoretic, logic în cel ontic-ontologic). Au fost, de altfel, critici la argumentul ontologic al lui Gödel şi, cumva, şi aceste fragmente ar putea să prezinte acelaşi gen de slăbiciune la astfel de respingeri. Totuşi, vom încerca să arătăm în continuare că nu avem a face, aici, cu un argument de tipul argumentului ontologic (nici măcar în parte), că poziţia lui Gödel nu este diferită de cea a lui Kant, ci, mai mult, că într-o lectură kantiană, aceste pasaje pot dobândi coerenţă şi susţinere argumentativă.

Revenind, autorul austriac recunoaşte că datele, trăsăturile obiectelor matematice şi structurile lor nu sunt, totuşi, asimilabile cu efectele, cu influenţele fenomenelor asupra organelor noastre de simţ şi nici nu reprezintă ceva pur subiectiv (cum ar fi afirmat Kant). Mai mult, „datele" în discuţie reprezintă mai degrabă „un aspect al realităţii obiective" şi sunt în opoziţie cu senzaţiile. În fine, acest aspect al obiectivităţii ar fi în noi, dar presupune „un alt gen de relaţie dintre noi şi realitate".

Într-adevăr, Gödel recunoaşte o diferenţă între cele două tipuri de situaţii. În plus, ceea ce semnalăm este că putem distinge, din capul locului, între, pe de o parte, adevărurile matematicii şi intuiţia matematică a existenţei unor obiecte de acest fel şi, pe de altă parte, „definiţiile şi construcţiile noastre", care nu au nicio influenţă asupra „existenţei" acestor obiecte. Deci, cumva, aceste adevăruri au un statut special, diferit de cel al adevărului unor construcţii matematice oarecare sau chiar de cel al definiţiilor enunţiative – mai jos voi încerca să ofer o posibilă semnificaţie acestei distincţii la Gödel, similară cu cea a lui Kant între matematica pură şi ştiinţa practică a geometriei.

[12] Kurt Gödel, *Ce este problema continuului a lui Cantor?*, în *op. cit.*, p. 222.

Revenind, putem spune că ceea ce încearcă Gödel să demonstreze este că avem a face nu cu o existenţă, ca atare, a obiectelor matematice, de tipul existenţei lumii exterioare, deşi mecanismul pare a fi acelaşi: acţiunea a ceva evident demonstrează acel ceva care are o legătură necesară cu evidenţa în discuţie – şi aceasta în ambele situaţii. Pe de o parte, se susţine existenţa obiectelor matematice prin acţiunea evidenţei adevărurilor matematice într-o intuiţie matematică a entităţilor respective – cazul amintit, al adevărurilor axiomelor din teoria mulţimilor care, prin evidenţa lor, certifică realitatea acestor obiecte matematice, intuită matematic (mulţimile din teoria mulţimilor); pe de altă parte, se susţine realitatea a ceea ce, cauzal, ne afectează simţurile din afară.

Încercăm să arătăm că, spre deosebire de ceea ce spunea Gödel, la Kant nu avem o înţelegere „subiectivă" a raportului dintre evidenţa adevărurilor matematice şi ceea ce intuiţia matematică oferă ca urmare a manifestării acestor adevăruri. În primul rând, la Kant, matematica *pură* se distinge de matematica propriu-zisă (de exemplu, de geometria euclidiană), deşi o condiţionează, iar procedeele matematicienilor sunt *posibile* prin ceea ce autorul german numea „construcţia în intuiţia *pură*".

În fapt, atât Kant cât şi Gödel recunoşteau acestui *tip* de adevăruri sau de elemente sintetice *a priori* o certitudine apodictică. Ceea ce trebuie prezentat aici este procedeul prin care, la Kant, se justifică această obiectivitate. În acelaşi timp, deşi pare că Gödel ţinteşte să demonstreze că intuiţia matematică relevă „existenţa" obiectelor matematice sub acţiunea adevărurilor *self*-evidente, iar Kant este interesat nu de „ontologie", ci de întemeierea validităţii şi a obiectivităţii categoriilor intelectului prin investigarea posibilităţii matematicii *pure*, în fapt, ambele demersuri sunt convergente. Un rol îl joacă, după cum se vede, sensul în care Gödel vede existenţa obiectelor matematice.

Efortul de a face distincţiile de mai sus şi reluarea, în detaliu, a unora dintre aceste elemente conduc, sperăm, la o privire mai clară asupra problemei în discuţie, în contextul kantian pe care încerc să îl schiţez mai jos. Prin urmare, lămurirea chestiunilor ar putea primi o mână de ajutor de la o *anumită* înţelegere a matematicii *pure* din *Prolegomene* şi din „Prefaţa" şi „Introducerea" la *Critica raţiunii pure* B ale lui Kant. Pentru aceasta vom relua, într-un context în care se va insera interpretarea propusă, ceea ce a susţinut Gödel şi am prezentat, condensat, mai sus.

În Prefaţa B a *Criticii raţiunii pure*, Kant propune explicit înţelegerea teoriei transcendentale în forma a ceea ce acesta numeşte „experimentul raţiunii pure" [B XX–B XXI (1406)]. Acest „experiment" este structurat şi susţinut argumentativ în principal prin combinarea a două metode: *analitică* şi *sintetică.* Deşi este implicat aici şi sensul direcţional, logic al acestor metode (analitic, „de jos în sus" şi sintetic, „de sus în jos"), nu este singurul, metodele fiind *re*proiectate transcendental.

În ceea ce priveşte sensul logic, în *Logica generală*[13], Kant opune metoda *analitică* celei *sintetice*. Prima porneşte de la ceea ce este fundamentat şi înaintează

[13] Imm. Kant, *Logica generală*, traducere de Al. Surdu, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1985, p. 72.

către premise (cauze), cealaltă porneşte de la principiu la consecinţe sau de la simplu la complex. Prima poate fi numită *regresivă*, a doua *progresivă*. Aşadar, spunem că sensul direcţional presupune, pentru metoda *analitică*, un drum care porneşte de la ceva cert, evident, şi urcă la cauze, la principii – „de jos în sus"; pentru metoda sintetică, drumul este invers, de la ceva general, printr-un procedeu de descompunere conceptuală se ajunge la ultimele concluzii, la consecinţe. Deşi Kant se referă deseori la aceste „sensuri", pe care se sprijină în multe locuri, ceea ce trebuie luat în considerare este că spaţiul teoretic al discursului kantian din *Crp* nu este cel al logicii, ci al *transcendentalului*.

Precauţia de mai sus este importantă, cu atât mai mult cu cât, după cum se ştie, nu sunt puţine locurile unde filosoful german utilizează termeni cu sensuri diferite în contexte diferite şi din registre teoretice diferite, fără să precizeze întotdeauna la ce anume se referă şi din ce perspectivă. Un singur exemplu aducem, în acest sens, dar deosebit de important, pentru că este legat de modul în care Kant foloseşte metodele *analitică* şi *sintetică* în *Critica raţiunii pure* ediţia B: la Newton, aşa cum observă I. Pârvu[14], metoda analizei apare cu un sens modificat, ca metodă experimentală, unde accentul cade pe construcţie; Kant a preluat *acest sens* al analizei, iar nu pe cel de analiză logică. În cazul de faţă ne interesează, cum spuneam, modalitatea în care Kant utilizează (cu aproape 150 de ani mai înainte de textul lui Gödel) cele două metode mai ales în *Prolegomene* şi în *Critica raţiunii pure* ediţia B. Mai exact, ne interesează în mod special metoda *analitică*, pentru că seamănă foarte mult cu ceea ce am văzut la Gödel.

În „Prefaţa" primei ediţii a *Criticii raţiunii pure*, despre sarcina de aici, Kant spune că nu urmăreşte „o critică a cărţilor şi sistemelor, ci a capacităţii raţiunii în genere cu privire la toate cunoaşterile la care poate năzui independent de orice experienţă, prin urmare rezolvarea problemei posibilităţii unei metafizici în genere şi determinarea atât a izvoarelor cât şi a sferei şi graniţelor ei, toate acestea însă *din principii* [s.n.]". În ediţia A a *Criticii*, Kant foloseşte metoda *sintetică*, anunţată prin sintagma „din principii", unde avem a face deci cu o ordine sintetică, demonstrativă[15].

M. Flonta este de părere că aserţiunea după care matematica se constituie din judecăţi sintetice *a priori* evidente nu exprima, în prima ediţie a *Criticii*, un fapt. Acest lucru este corect, pentru că dezvoltarea teoriei din A s-a făcut după metoda sintetică, prin urmare, aserţiunea de mai sus (că matematica este constituită din judecăţi sintetice *a priori*) nu putea reprezenta un punct de plecare în A, ci mai degrabă una dintre concluziile la care conducea demersul demonstrativ al autorului. O expunere *analitică* urma să plece, în *Prolegomene*, tocmai de la ceea ce se stabilise prin metoda *sintetică*, progresivă, în ediţia A a *Crp* despre acest *tip* de ştiinţe, mai spune Flonta.

[14] În Ilie Pârvu, *Posibilitatea experienţei. O reconstrucţie teoretică a Criticii raţiunii pure*, Bucureşti, Ed. Politeia – SNSPA, 2004, pp. 325–329.

[15] Vezi Mircea Flonta, „Studiu introductiv", în *op. cit.*

Prin urmare, în *Prolegomene,* metoda expunerii este, în acest sens, *analitic-regresivă* (adică porneşte, ca şi în cazul lui Gödel de mai sus, de la un fapt cert, de la o *evidenţă* – prezenţa în matematica *pură* a unor judecăţi sintetice *a priori*, de o certitudine asemănătoare celei a axiomelor teoriei mulţimilor). Ceea ce interesează, în *Prolegomene*, este de a investiga şi a evidenţia condiţiile care au făcut posibil acest lucru.

Se cunoaşte că în a II-a ediţie a *Criticii raţiunii pure* formula „experimentului transcendental" implică ambele metode, proiectate însă la un nivel transcendental. Ceea ce am spus mai sus legat de evoluţia teoriei din *Critică* poate fi exemplificat şi cu raportarea lui Kant la cele două metode începând cu prima ediţie: aici, în A, Kant utilizează metoda sintetică, demonstrativă, „din principii", şi ajunge la anumite rezultate (tabelul categoriilor), care, în *Prolegomene,* sunt obţinute în urma procesului în care se iau ca punct de plecare „rezultatele remarcabile din ştiinţele vremii lui Kant" (matematica şi fizica – „ştiinţa matematică a naturii"); însă nu ne referim la „conţinuturile" propoziţiilor ştiinţelor respective, ci la *caracterul* sintetic a priori al acestora – aici avem a face cu metoda analitică[16]; în ediţia a II-a a *Criticii raţiunii pure,* în cadrul „experimentului raţiunii pure" tematizat în Prefaţa B, cum spuneam, avem anunţate ambele metode, separat şi combinate, aşa cum apar acestea (reproiectate transcendental) în deducţia metafizică şi în deducţia transcendentală ale *Criticii raţiunii pure* B din „Estetica transcendentală" şi „Analitica transcendentală".

Acum este momentul să privim asupra locului în care Kant utilizează metoda analitică. Este vorba despre *Prolegomene,* capitolul 2, paragrafele §6 – §12. Ceea ce este comun cu *Critica raţiunii pure* B are legătură cu întrebarea: *Cum sunt posibile în mod a priori judecăţile sintetice*? Nu insistăm aici asupra acestei corespondenţe, căci, pentru subiectul care interesează acum (aspectele ontologice privind obiectul matematic într-un context epistemologic), este suficient să luăm în discuţie doar elementele care pot da seama de această similitudine între poziţia lui Gödel şi cea a lui Kant (deşi primul susţinea că este într-un dezacord cu cel de-al doilea).

Aşadar, faptul că *Prolegomene* este expusă după metoda *analitică* revine la aceea că Imm. Kant a avut în vedere drumul care porneşte de la ceva *evident,* cert (realitatea furnizată de prezenţa, în matematica pură, în calitate de principii, a judecăţilor sintetice *a priori*), urmând ca apoi să investigheze ceea ce face posibil acel nivel de certitudine[17]. Din acest punct de vedere, în termenii *Prolegomenelor,*

[16] Spre deosebire de sensul strict logic, direcţional („de jos în sus") al metodei analitice, în *Prolegomene* Kant utilizează această metodă într-un mod transcendental: cercetarea condiţiilor care au făcut posibile aceste rezultate se realizează prin construcţia unui model meta-teoretic explicativ separat de cercetarea transcendentală, care să justifice ştiinţa particulară respectivă (acest model a fost realizat de Kant în *Metaphysiche Anfangsgründe der Natur Wissenschaft*, 1786); fundamentul acestui model este structura categorială care, în filosofia transcendentală, generic, are calitatea de condiţie de posibilitate pentru *justificarea oricăror astfel* de rezultate (vezi şi Ilie Pârvu, *Posibilitatea experienţei...*, ed. cit., pp. 272–276).

[17] Vezi nota de mai sus.

putem spune că, la întrebarea *Cum sunt posibile a priori propoziţiile sintetice*?, se răspunde nu cu încercarea de a arăta dacă avem atare cunoştinţe, ci *cum sunt acestea posibile*. Kant însuşi spune că „metoda pe care o urmăm acum trebuie să fie analitică”, în sensul că „vom porni de la faptul că o asemenea cunoaştere sintetică prin raţiunea pură există într-adevăr” (pentru că este evidentă), ceea ce trebuie să facem acum fiind „să cercetăm temeiul acestei posibilităţi şi să ne întrebăm cum este posibilă o astfel de cunoaştere”.

Legătura cu discuţia noastră este relativ uşor de făcut acum, în măsura în care locul unde avem asemenea tipuri de cunoştinţe este matematica *pură* şi fizica *pură* (aici interesează doar cazul matematicii). Cum spuneam şi mai sus, pentru a livra un răspuns extins la această întrebare ar trebui desfăşurată o întreagă interpretare a *Esteticii transcendentale* din ediţia B a *Criticii raţiunii pure*, precum şi a *Prolegomenelor*; dar nu este locul aici pentru aceasta[18]. Ceea ce vom face este să luăm în considerare modalitatea de structurare argumentativă şi încărcătura semantică pe care Kant le pune în joc în încercarea de a răspunde la această întrebare mai ales în *Prolegomene*, acolo unde utilizează metoda *analitică* despre care am vorbit anterior.

Dacă în ediţiile A şi B ale *Criticii* autorul german se referă la modalitatea de a determina, în primul rând „din principii”, deci sintetic, posibilitatea cunoaşterii noastre, ajungând, graţie deducţiilor metafizică şi transcendentală, la categoriile intelectului, în *Prolegomene*, cum am pomenit mai sus, drumul este invers: aici Kant porneşte de la *evidenţa* judecăţilor matematicii *pure* şi ale fizicii *pure* şi „urcă” la principii, la descoperirea categoriilor în calitate de condiţii de posibilitate pentru acest *tip* de „cunoştinţe sintetice *a priori*”. Concret, în *Critica raţiunii pure* (în ediţia A), Imm. Kant se referă la principiul fundamental transcendental („unitatea sintetică originară a apercepţiei transcendentale”), la „conceptele” de spaţiu şi timp, la categorii şi la „deducţiile” acestora (sintetic)[19], iar în *Prolegomene* se referă la investigarea posibilităţii caracterului *a priori* al cunoştinţelor noastre sintetice, identificabil în principiile şi în propoziţii ale matematicii *pure* şi ale fizicii *pure*, investigare care conduce la *aceleaşi* categorii. Kant spune explicit în Prefaţa B că finalul demersului *analitic* (prezent mai ales în *Prolegomene*) *trebuie* să conducă la *aceleaşi* categorii, dobândite şi pe cale sintetică (demonstrativă) în *Critică*. În nota din Prefaţa B, de altfel, el arată că numai concordanţa rezultatului (că se ajunge la *aceleaşi* categorii) garantează reuşita „experimentului raţiunii pure”; altfel spus, pentru ca experimentul să reuşească, era necesar deci ca ipoteza iniţială (că noi ne raportăm la fenomene, iar nu la lucruri în sine) să fie demonstrată. Iar această demonstrare este posibilă numai prin abordarea facilitată de coabitarea celor două metode (*analitică* şi *sintetică*).

[18] Acest lucru l-am încercat în cartea mea, *Experimentul raţiunii pure. Deducţia transcendentală kantiană*, Cluj-Napoca, Editura Grinta, 2010, 276 p.

[19] În *Critica raţiunii pure* ediţia B, lucrurile sunt mult mai complicate, întrucât există o coabitare a acestor metode. Abia *această* formulă, după părerea mea, asigură forţa argumentativă şi succesul atât de puţin anticipat al teoriei transcendentale. Această formulă este de urmărit mai ales în „deducţia transcendentală” a categoriilor – în acest sens vezi cartea mea *Experimentul*… (*ibidem*).

Astfel, Kant vorbeşte în această „Prefaţă" despre „...evidenţa care rezultă din experimentul care arată că noi obţinem acelaşi rezultat fie că pornim de la cele mai infime elemente [*sintetic*, de la «unitatea originar sintetică transcendentală», n.n] până la întregul raţiunii pure, fie că ne întoarcem de la întreg [implicit de la realizările remarcabile ale ştiinţelor pure *a priori*, n.n] (...) la fiecare parte [la principiile elementare ale sensibilităţii şi intelectului – intuiţiile pure *a priori* şi categoriile, n.n.], în timp ce încercarea de a modifica chiar numai cea mai mică parte provoacă imediat contradicţii (...)"[20]. Iar în Introducerea B, explicit, spune că „...un sistem complet al filosofiei raţiunii pure, fie că el constă în extinderea sau doar limitarea cunoştinţei ei, trebuie să poată fi prezentat atât *analitic* cât şi *sintetic*"[21].

Pentru înţelegerea întregii chestiuni, redăm acum un scurt fragment din &6 al *Prolegomenelor* (despre *Cum este posibilă matematica pură*):

> Dispunem, aşadar, de o cunoaştere cuprinzătoare şi bine verificată, care are deja o întindere demnă de toată admiraţia şi promite o extindere nelimitată în viitor. Este o cunoaştere ce se distinge prin certitudine apodictică, adică prin necesitatea ei absolută, ceea ce înseamnă că nu se sprijină în niciun fel pe experienţă, fiind, prin urmare, un produs pur al raţiunii şi, pe deasupra, în întregime sintetică. „Cum este posibil ca raţiunea omenească să dea naştere cu totul *a priori* unei asemenea cunoştinţe?". Nu presupune oare această facultate, care nu se sprijină şi nici nu se poate sprijini pe experienţă, un temei *a priori* oarecare al cunoaşterii, care stă adânc ascuns, dar care ar trebui să se dezvăluie prin acţiunea sa, dacă primele începuturi ale acesteia ar fi urmărite cu sârguinţă?

Citit prin grila propusă, paragraful de mai sus sintetizează suficient schiţa în care încerc să pun cele două poziţionări (a lui Gödel şi a lui Kant) în ceea ce priveşte tipul de justificare, la primul, în legătură cu obiectele matematice, la ultimul, în ceea ce priveşte categoriile.

Concret, vedem că pentru Kant cunoaşterea matematicii pure „promite o extindere nelimitată în viitor", este o cunoaştere apodictică, în sensul că necesitatea principiilor nu se bazează în niciun fel pe experienţă, şi, în acelaşi timp, această cunoaştere este una care îmbogăţeşte (este „sintetică"). În ceea ce priveşte *posibilitatea* acesteia, cum apare mai sus, ea rezidă în raţiunea omenească, mai exact „presupune un temei *a priori* al cunoaşterii, care stă adânc ascuns" – aici este vorba, de fapt, despre formele pure *a priori* (intuiţiile pure ale spaţiului şi timpului şi categoriile intelectului). Căci doar acestea „ar trebui să se dezvăluie prin acţiunea sa" – a raţiunii (*în genere*) în exercitarea calităţii ei de competenţă *a priori*, al cărei produs este cunoaşterea sintetică *a priori* reprezentată, în cel mai înalt grad, de matematica pură.

Vom arăta mai jos că, cel puţin în ceea ce priveşte situarea teoretică a obiectelor matematice şi a formelor pure *a priori* (intuiţiile pure şi categoriile

[20] Imm. Kant, *Critica…*, ed. cit., p. 43 [B XXXVII–B XXXVIII (2221)].
[21] *Ibidem*, pp. 63–67.

intelectului), avem acelaşi nivel epistemologic. Gödel însuşi spune că există „...o strânsă relaţie între conceptul de mulţime (...) şi categoriile intelectului pur (...). Şi anume că funcţia ambelor este «sinteza», adică generarea de unităţi din varietăţi (de exemplu, la Kant, ideea unui *unic* obiect din aspectele lui variate)."[22]

Edificator în sensul celor de mai sus este şi că, „...în ciuda îndepărtării lor [a entităţilor matematice, n.n] de experienţa sensibilă, noi trebuie să avem ceva asemănător unei percepţii a obiectelor teoriei mulţimilor după cum reiese din faptul că adevărul axiomelor ne constrânge prin el însuşi". Aşa cum se observă, şi aici Gödel pare că repetă aproape sincronic ceea ce Kant făcea în *Prolegomene*: întrucât adevărul axiomelor „ne constrânge prin el însuşi", pare întemeiat ca noi să admitem, subiacent acestui adevăr pe care îl condiţionează, ceva asemănător unei percepţii a obiectelor teoriei mulţimilor (Gödel spune că acest *tip* de adevăr „ne constrânge"). Cu alte cuvinte, pornind de la evidenţa oferită de acest adevăr, putem ajunge la acel ceva care l-a făcut posibil, adică obiectele care sunt în discuţie.

Singura „scăpare" a lui Gödel aici este că nu vede totuşi această asemănare cu Kant până la capăt şi consideră că „datele" despre mulţimi, după Kant, *nu* ar aparţine registrului subiectiv pentru că „nu pot fi asociate cu acţiunea unor anumite lucruri asupra organelor noastre de simţ", ceea ce este fals despre Kant. Dimpotrivă, am putea spune, iar aici îi dăm dreptate lui Gödel, aceste date reprezintă un anumit aspect al realităţii obiective – în opoziţie cu senzaţiile – care ar ţine mai degrabă de sinteticul *a priori* care, pentru Kant, ţine de registrul obiectivităţii şi nu de cel al subiectivităţii empirice.

Nu putem însă să continuăm analiza dacă nu luăm în considerare şi o altă componentă a acestui „loc" din Kant, în strânsă legătură cu ceea ce am văzut, mai sus, la Gödel: problema *intuiţiei pure*. La Gödel avem acea „intuiţie matematică", la Kant pe cea *pură a priori*. Problema *intuiţiei pure* este de luat în considerare cu atât mai mult cu cât la Gödel intuiţia matematică este fundamentală în discuţia privind obiectul matematic. Pentru claritate, redăm mai jos un fragment şi din paragraful următor (&7), privitor la *intuiţia pură* din *Prolegomene*:

> Vedem însă că specificitatea oricărei cunoaşteri matematice constă în aceea că trebuie să-şi reprezinte conceptul mai întâi în intuiţie, şi anume *a priori*, aşadar într-o intuiţie care nu este empirică, ci pură. Fară acest mijloc, cunoaşterea matematică nu ar putea înainta nici cu un singur pas; aşa se face că judecăţile ei sunt întotdeauna *intuitive*... Această observaţie cu privire la natura matematicii ne oferă deja un indiciu asupra condiţiei prime şi supreme a posibilităţii ei, şi anume că la baza matematicii trebuie să stea o *intuiţie pură* oarecare, în care ea îşi poate reprezenta sau *construi*, cum se spune, toate conceptele sale *in concreto* şi totuşi *a priori*. Dacă vom izbuti să descoperim această intuiţie pură, precum şi posibilitatea ei, vom putea lesne explica, pornind de aici, cum sunt posibile propoziţiile sintetice *a priori* în matematica pură şi, prin urmare, cum este posibilă însăşi această ştiinţă; căci tot aşa cum intuiţia empirică ne

[22] Kurt Gödel, *Ce este problema continuului a lui Cantor?*, în *op. cit.*, p. 338, nota 40.

> permite să extindem fără greutate, pe baza experienţei, conceptul nostru despre un obiect dat în intuiţie prin adăugarea de noi predicate pe care ni le oferă intuiţia însăşi, la fel lucrează şi intuiţia pură, doar cu deosebirea că, în acest al doilea caz, judecata sintetică este *a priori* certă şi apodictică, în timp ce în primul caz nu va putea fi certă decât *a posteriori* şi empiric. Judecata sintetică *a posteriori* certă nu conţine decât ceea ce poate fi întâlnit în intuiţia empirică întâmplătoare, pe când judecata sintetică *a priori* certă cuprinde ceea ce trebuie întâlnit în chip necesar în intuiţia pură, de vreme ce, în calitate de intuiţie *a priori*, ea este legată în mod inseparabil de concept, *înaintea oricărei experienţe* sau a unor percepţii izolate.

Vedem că, din capul locului, Kant distinge intuiţia empirică de cea pură, iar Gödel păstrează această distincţie. Din acest punct de vedere, la Kant, intuiţia *pură a priori* funcţionează ca un fundament, determinativ, cu privire la construirea, *in concreto,* a conceptelor matematice *a priori.* În continuare avem drumul invers, *sintetic*, adică „din principii”, unde *intuiţiile pure a priori* (tema principală a Esteticii transcendentale a *Criticii raţiunii pure*, mai ales ediţia B), în calitate de condiţii de posibilitate, stau la baza matematicii pure şi, în cele din urmă, a ştiinţei matematice ca atare. Autorul *Criticii* spune mai sus explicit că, dacă vom izbuti să descoperim această intuiţie pură, precum şi posibilitatea ei, vom putea lesne explica cum sunt posibile judecăţile sintetice *a priori* în matematica *pură* şi, prin urmare, cum este posibilă însăşi această ştiinţă.

Reţinând, aici, distingerea de către Kant între matematica *pură* şi ştiinţa ca atare a matematicii (de exemplu, geometria euclidiană), este momentul să propunem corespondenţa celor trei niveluri epistemice la cei doi autori. Pornind „de sus în jos”, am văzut mai înainte că există o afinitate între nivelul teoretic al categoriilor kantiene şi cel al obiectelor matematice la Gödel. Această corespondenţă este reclamată nu doar de similitudinea epistemologică susţinută de Gödel între conceptul de mulţime (ca obiect matematic) şi categoria kantiană; am văzut că însăşi procedura de justificare (a obiectelor matematice, respectiv a categoriilor) este analogă. Proba în plus provine din înscrierea şi a celorlalte două niveluri în aceeaşi structură de corespondenţă. Legătura este dintre nivelul matematicii pure şi cel al „înseşi acestei ştiinţe” la Kant, pe de o parte, şi ceea ce spunea Gödel despre nivelurile corespunzătoare când distingea între cel al *axiomelor* teoriei mulţimilor şi cel al *definiţiilor* şi *construcţiilor* matematice, pe de altă parte. Pe primele le-am vedea asimilabile, ca statut teoretic, judecăţilor sintetice *a priori* din matematica *pură* a lui Kant, în timp ce definiţiile şi construcţiile matematice ar ţine de ştiinţa matematicii ca atare, de exemplu, geometria euclidiană, pentru că Gödel spune că aceste (tipuri de) adevăruri sunt „diferite de construcţiile şi de definiţiile noastre” matematice.

Reluând acum poziţia lui Gödel cu privire la intuiţia matematică, punctăm ceea ce ultima parte a fragmentului din Kant de mai sus ne-ar putea spune, instructiv, în acest context, despre intuiţia *pură* şi cea empirică.

Kant distinge între intuiţia obişnuită, empirică şi cea pură *a priori*: în prima putem extinde, pe baza experienţei, conceptul despre un obiect care este dat în intuiţie prin adăugarea de predicate, dar într-un mod cu totul diferit de cel în care se întâmplă aceasta în cazul intuiţiei *pure*, pentru că aici, în domeniul intuiţiei *pure*, judecata sintetică este certă şi apodictică în mod *a priori*, deci această extindere nu mai are nevoie de experienţă. În cazul intuiţiei *a priori*, ea este legată în mod inseparabil de concept, înaintea *oricărei* experienţe sau a unor percepţii izolate, conchide Kant.

În ceea ce priveşte intuiţia matematică despre care vorbea Gödel, aceasta nu trebuie concepută ca o facultate care ar oferi o cunoaştere *imediată* a obiectelor considerate, ci noi ne *formăm* ideile asupra acestor obiecte pe baza a ceva care *este* dat imediat, spune matematicianul. Desigur, acest ceva despre care se vorbeşte *nu* este, „sau nu în mod primar, senzaţiile. Este ceva de dincolo de ceea ce sunt realmente senzaţiile şi decurge din faptul că chiar ideile noastre care se referă la obiectele fizice conţin constituienţi calitativ diferiţi de senzaţii sau de simplele combinări de senzaţii"; „aici avem, ca exemplu, *ideea* însăşi de obiect". Invers, exclusiv prin gândirea noastră, continuă Gödel, „noi nu putem crea niciun element calitativ, ci numai să reproducem şi să combinăm pe acelea care ne sunt date. Acest „dat" subiacent matematicii este strâns legat de elementele abstracte conţinute în *ideile* noastre empirice"[23].

Vorbind despre problema existenţei obiective a obiectelor intuiţiei matematice şi despre cea a existenţei obiective a lumii exterioare, Gödel recunoaşte că ultima trebuie înţeleasă ca „o replică incidentală" la prima. Cu alte cuvinte, nu există un paralelism între cele două, iar acest lucru ne întăreşte asumpţia iniţială, aceea a similitudinii poziţiilor dintre cei doi. Alături de intuiţia matematică, Gödel propune încă un criteriu pentru tipul de certitudine al adevărurilor matematice precum cel caracteristic axiomelor matematicii, deşi îl consideră, totuşi, doar probabil, şi anume „caracterul fructuos" al acestora în matematică şi, s-ar putea adăuga, posibil în fizică[24].

Importanţa acordată de Gödel „caracterului fructuos" al unor tipuri de adevăr matematic poate fi uşor pusă în legătură cu „constituienţii calitativi diferiţi de senzaţii" de mai sus, iar această legătură, la rându-i, poate fi pusă în oglindă cu registrul sinteticului *a priori* kantian şi cu caracteristicile *a priori* ale propoziţiilor ştiinţelor pure. Mai mult, legarea acestor „constituienţi calitativi diferiţi de senzaţii" de intuiţia matematică mai degrabă decât de gândirea noastră, căci prin aceasta din urmă cu siguranţă că nu am fi capabili de a crea ceva calitativ în afara unor combinări sterile, întăreşte apropierea de Kant în măsura în care şi la autorul german, cum am văzut, caracterul sintetic *a priori* al judecăţilor matematicii pure este legat de formele pure *a priori* şi distinct de domeniul raţiunii speculative şi de cel al empiricului.

[23] Kurt Gödel, *op. cit.*, pp. 335–337.
[24] *Ibidem*, p. 333.

Ceea ce trebuie subliniat este faptul că, deşi nu se reduce la domeniul empiricului şi nu provine din acesta, caracterul sintetic *a priori* al transcendentalului este, la Kant, condiţie de posibilitate pentru *orice* experienţă posibilă. Am văzut că la Gödel, dacă este permisă analogia, acesta ar apărea ca „ceva de dincolo de ceea ce sunt realmente senzaţiile şi decurge din faptul că chiar ideile noastre care se referă la obiectele fizice conţin constituienţi calitativ *diferiţi* [s.n.] de senzaţii sau de simplele combinări de senzaţii". Dând ca exemplu *ideea* însăşi de obiect, Gödel vede această condiţionare a experienţei de matematică prin considerarea obiectului ca un tip de „dat" subiacent matematicii, care „este strâns legat de elementele abstracte conţinute în *ideile* noastre *empirice*"[25] [s.n.].

Din cele de mai sus putem observa o separare, ca şi la Kant, între cele două registre: cel al obiectelor matematice, recognoscibile în intuiţia matematică în care adevărurile de acest tip „provoacă" (de exemplu, adevărurile axiomelor teoriei mulţimilor), de cel al empiricului, cum s-ar exprima Kant. Caracterul de obiectivitate, la care s-a referit Gödel iniţial, presupune un „alt gen de relaţie dintre noi şi realitate" decât cel al relaţiei noastre cu empiricul. Aşa cum s-a văzut, el este recuperat în acelaşi „loc" teoretic la ambii autori: domeniul obiectelor matematice este asimilabil domeniului formal-categorial, registrul evidenţei adevărurilor axiomelor matematicii este asimilabil registrului sinteticului *a priori* sau al matematicii pure, iar cel al intuiţiei matematice este asimilabil celui al intuiţiei pure *a priori* kantiene.

Cât priveşte problematica raportării la empiric ca atare a categoriilor şi obţinerea validităţii acestora prin structurarea experienţei posibile, nu au reprezentat subiectul acestui text[26]. Ceea ce putem spune însă aici este că sensul în care este considerată existenţa obiectelor matematice de către Gödel şi asemănarea acestuia cu modalitatea în care înţelege Kant *realitatea* obiectivă a categoriilor intelectului permite o înţelegere asemănătoare între felul în care matematicianul vede raportul epistemic al matematicii fundaţionale din teoria mulţimilor cu geometria euclidiană şi felul în care Kant înţelege raportul „matematicii pure" cu „ştiinţa practică a geometriei" (L. Shabel[27]) – aceeaşi geometrie euclidiană.

Am propus şi am încercat să arăt o corespondenţă între modalitatea de justificare a obiectelor matematice la Gödel şi maniera analitic-transcendentală kantiană de a determina tabela categoriilor. În urma aceleiaşi discuţii, o altă concluzie trasă este că există o convergenţă a poziţiilor celor doi – în pofida celor susţinute de Gödel – asupra aceluiaşi nivel de obiectivitate al demersurilor lor legat de procedeul argumentativ, atunci când este justificat obiectul matematic la Gödel şi tabelul categorial la Kant. O analogie asemănătoare am propus şi între intuiţia matematică şi intuiţia pură, între caracterul sinteticului *a priori* şi „constituienţii calitativi diferiţi de senzaţii", neempirici, ai lui Gödel. În ceea ce priveşte condiţionarea

[25] *Ibidem*.

[26] Vezi *Experimentul*...

[27] Lisa Shabel, *Kant's „Argument from Geometry*", în „Journal of the History of Philosophy", Johns Hopkins University Press, Vol. 42, Nr. 2, 2004, pp. 195–215.

experienţei, cum am văzut, răsfrângerea, în matematică în general, a „caracterului fructuos” al adevărurilor de tipul axiomelor care „s-ar putea adăuga posibil şi în fizică”, după cum spune autorul austriac, seamănă foarte mult cu caracterul sinteticului *a priori* prezent în matematica pură şi în fizica pură la Kant. Mai mult decât atât, aceste analogii conturate mai sus au menirea să scoată în evidenţă o corespondenţă mai profundă, între statutul epistemic al celor trei niveluri ale programului teoretic kantian şi cel al registrelor corespunzătoare, la Gödel – obiectului matematic, evidenţei adevărurilor matematice de tipul axiomelor teoriei mulţimilor şi modelului geometriei euclidiene.