MODELUL PREDICATIV PENTRU SILOGISTICA CATEGORICĂ AL LUI STANISLAV JASKOWSKI

GEORGETA CUCULEANU

Facultatea de Filosofie, Universitatea din București

Stanislav Jaskowski's predicative model for categorical syllogistics. In this paper, a detailed analysis of Jaskowski's predicative model is presented. By this model, Jaskowski showed that all categorical judgements can have a uniform interpretation. For this, in the present paper, the relationships between the universal and particular affirmative judgements are established. Also, all theorems are thoroughly demonstrated; one of them was divided into two theorems for those demonstrations that use different hypotheses.

Keywords: Aristotelian predicate; non-Aristotelian predicate; transcription; counterposition; complete assumption.

INTRODUCERE

În lucrarea „On the Interpretations of Aristotelian Categorical Propositions in the Predicate Calculus", Jaskowski consideră că, după modul în care au tratat termenii generali utilizați de Aristotel în silogismele categorice, logicienii se împart în două categorii: unii care i-au considerat de cel mai scăzut nivel, precum Lukasiewicz și Lesniewski; alții care i-au considerat de cel mai înalt nivel, precum Brentano. Cei din a doua categorie identifică un termen general cu un predicat de un loc, care are ca argument o variabilă individuală ce stă pentru obiecte individuale. Dificultatea problemei se datorează faptului că Aristotel a considerat numai termeni generali, nevizi și neuniversali, numiți de Jaskowski aristotelici. Termenii vizi și universali sunt numiți de el nearistotelici. Utilizarea lor ca variabile individuale în judecățile silogistice face ca anumite legi ale inferenței categorice să fie slăbite. Întărirea lor se obține fie prin introducerea unei premise existențiale, așa cum a procedat Brentano, fie prin atribuirea de înțelesuri diferite, așa cum a procedat Kotarbinski[1]. Existența unei interpretări uniforme a judecăților silogistice și a validității acestora, indiferent de felul termenilor conținuți, a rămas indecisă, spune Jaskowski.

[1] St. Jaskowski, „On the Interpretations of Aristotelian Categorical Propositions in the Predicate Calculus", în *Studia logica, An International Journal for Symbolic Logic*, T 24, 1969, pp. 161–174.

Rev. filos., **LXXI**, *1*, p. 107–131, București, 2024

Răspunsul la chestiunea dacă există interpretări ale celor patru tipuri de judecăţi silogistice şi a funcţiei interpretate ca negaţia termenilor, definite în calculul predicativ, astfel ca toate legile silogisticii să rămână valide, autorul îl consideră afirmativ[2]. De aceea, Jaskowski dă noi interpretări judecăţilor silogistice categorice în calculul predicativ, astfel încât sistemul de relaţii dintre predicate să păstreze validitatea tuturor judecăţilor silogistice. Dintre interpretările posibile, spune autorul, numai una, notată cu J, păstrează sensul obişnuit al judecăţilor categorice pentru termenii aristotelici. În această interpretare, un termen nearistotelic este interpretat ca şi cum extensiunea sa se intersectează cu extensiunea fiecărui termen aristotelic. Preocuparea lui Jaskowski este de a găsi o interpretare uniformă pentru judecăţile silogistice astfel încât judecăţile universal-afirmative să nu necesite presupoziţie existenţială, indiferent de felul predicatelor. Cu toate acestea, interpretarea J nu pare naturală, fiind oarecum îndepărtată de limbajul de fiecare zi, precizează Jaskowski[3].

1. TEORIA MODELULUI

Pentru a-şi expune teoria, Jaskowski a conceput un model alcătuit din alfabet, două definiţii şi o teoremă fundamentală. Alfabetul folosit se compune din:

– *SaP, SeP, SiP, SoP* – judecăţi silogistice categorice;

– $\overline{P}$ – negaţia termenului *P*;

– W (variabilă metalogică) – formulă, cu înţeles care poate să includă simbolurile *a, e, i, o* şi $\overline{}$, variabile termeni şi conectori propoziţionali. Când în ea apar numai predicatele $P_1,..., P_n$, în loc de W se poate scrie $W(P_1,..., P_n)$;

– *P*, P_1..., *S*, S_1..., *M* – predicate de un singur loc care au aceeaşi semnificaţie ca şi în silogistica clasică;

– ⊢ indică teze în calculul predicativ.

Regulile de inferenţă sunt introduse prin intermediul a două definiţii fundamentale.

Definiţia fundamentală I.

O *transcripţie X* a unei formule silogistice în calculul predicativ înseamnă orice sistem de relaţii care se menţine între predicate; a_x, e_x, i_x, o_x şi funcţia $\overline{}_x$, definite în calculul predicativ. W_x este orice formulă obţinută prin înlocuirea simbolurilor *a, e, i, o,* $\overline{}$, prin simbolurile cu subscriptul x: a_x, e_x, i_x, o_x, $\overline{}_x$[4].

[2] *Loc. cit*, p. 164.
[3] Idem.
[4] *Ibidem*, p. 163.

Predicatul P este aristotelic:

D_1. $\mathrm{Ar}(P)=(\exists x)P(x)\bullet(\exists x)\overline{P}(x)$

Predicatele $P_1,\ldots, P_n$ sunt aristotelice:

D_2. $\mathrm{Ar}(P_1,\ldots, P_n)= \mathrm{Ar}\ (P_1)\bullet\mathrm{Ar}(P_2)\bullet\ldots\bullet\mathrm{Ar}(P_n)$

Transcripția B, Brentano, pentru *SaP*:

D_3. $Sa_BP=(\forall x)(S(x)\rightarrow P(x))$

Transcripția E, echivalențială, pentru *SaP*:

D_4. $Sa_EP= Sa_BP\bullet Pa_BS$

Transcripția J, o extensiune echivalențială a înțelesului clasic care cuprinde și predicatele nearistotelice:

D_5. $Sa_JP= (\mathrm{Ar}(S,P)\rightarrow Sa_BP)\bullet(\sim\mathrm{Ar}(S,P)\rightarrow Sa_EP)$

Transcripția K, conversă a celei J.

D_6. $Sa_KP=Pa_JS$

Pentru X=B, E, J, K există și:

D_7.	$P'_x(x)=\overline{P}(x)$	
D_8.	$Se_xP=Sa_x\overline{P}$	obversiunea lui *E*
D_9.	$Si_xP=\sim Se_xP$	contradictoria lui *I*
D_{10}.	$So_xP=\sim Sa_xP$	contradictoria lui *O*

Definiția fundamentală II[5].

a) Dacă U este o formulă din calculul predicativ cu toate predicatele aristotelice, atunci se scrie Ar→U.

b) W este considerată o teză silogistică, simbolizată $*\vdash W$, dacă și numai dacă $\mathrm{Ar}\rightarrow W_B$ este o teză în calculul predicativ, simbolizată $\vdash \mathrm{Ar}\rightarrow W_B$.

Teorema fundamentală[6]. Fiind date condițiile:

(a) Pentru orice W, dacă $*\vdash W$, atunci $\vdash W_X$.
(dacă W este o teză silogistică, atunci ea este o teză predicativă în transcripția *X*).

(A) Pentru orice W, $*\vdash W$ dacă și numai dacă $\vdash W_X$.

[5] Idem.
[6] *Ibidem*, p. 164.

(o formulă W este o teză silogistică dacă și numai dacă este o teză predicativă în transcripția *X*).

(b) $\vdash \mathrm{Ar}(P) \rightarrow \mathrm{Ar}(\overline{P}_x)$.

(aristotelic de P implică aristotelic de $\overline{P}_x$ în transcripția *X* este o teză predicativă).

(c) Pentru orice W, $\vdash \mathrm{Ar} \rightarrow W_x \equiv W_B$.

(pentru predicatele aristotelice există o transcripție *X* care este echivalentă cu transcripția Brentano).

atunci sunt adevărate:

1) Transcripțiile E, J, K sunt singurele interpretări ale silogisticii, adică singurele interpretări care satisfac condițiile (a) și (b);

2) Interpretările J, K sunt singurele interpretări adecvate ale silogisticii, adică pot să satisfacă condițiile (A) și (b);

3) Interpretarea J este singura interpretare normală, adică poate satisface simultan condițiile (a), (b) și (c).

Transcripția echivalențială, E, este aplicabilă tuturor predicatelor coextensive, atât aristotelice, cât și nearistotelice. În cazul predicatelor coextensive aristotelice, transcripția J se reduce la transcripția E, proprietate utilizată de Jaskowski în demonstrația teoremei 3.6[7] (în cazul lucrării de față teorema **T5**), unde spune „formula obținută de la W_E prin înlocuirea fiecărui a_E cu a_J este falsă”[8].

Demonstrațiile tuturor teoremelor care urmează sunt date numai pentru judecata universal-afirmativă, deoarece celelalte judecăți se stabilesc prin definițiile $D_8 - D_{10}$.

Tabelele de adevăr ale judecăților Sa_JP și Si_JP, când au cel puțin un predicat nearistotelic, sunt:

Sa_JP	A	F	*P* aristotelic
A	A	F	F
F	F	A	F
S aristotelic	F	F	

Si_JP	A	F	*P* aristotelic
A	A	F	A
F	F	A	A
S aristotelic	A	A	

La întocmirea lor, Jaskowski a luat în considerare următoarele:

– predicatul universal este întotdeauna adevărat (A), iar predicatul vid este întotdeauna fals (F);

[7] *Ibidem*, p. 166.
[8] Idem.

– în interpretarea J se consideră că un termen nearistotelic este independent față de orice termen aristotelic; ca urmare, extensiunea unui termen nearistotelic intersectează extensiunea oricărui termen aristotelic.

Valorile de adevăr ale judecăților Sa_JP s-au stabilit extensional utilizând definiția D_5. Când judecata conține numai predicate nearistotelice, ea este echivalentă cu judecata Sa_EP. Dacă cele două predicate sunt ambele fie universale, fie vide, atunci conversa Pa_BS este adevărată, ceea ce determină adevărul lui Sa_EP și, implicit, adevărul lui Sa_JP. Dacă un predicat nearistotelic este universal, iar celălalt vid, atunci conversa Pa_BS este falsă deoarece cele două predicate nu sunt coextensive, ceea ce determină falsitatea judecății Sa_EP și, implicit, falsitatea lui Sa_JP. Când judecata Sa_JP conține atât termeni nearistotelici, cât și termeni aristotelici, datorită independenței lor în interpretarea J, extensiunea unui termen nearistotelic intersectează extensiunea oricărui termen aristotelic, fiind necoextensivi; ca urmare, Sa_EP este falsă, ceea ce conduce la falsitatea judecății universal-afirmativă Sa_JP. Tabela de adevăr a judecății Si_JP a fost construită folosind teza $Si_JP{=}{\sim}Sa_J\overline{P}$, care rezultă din introducerea formulei D_8 în formula D_9. Totodată, s-a avut în vedere independența dintre termenii nearistotelici și cei aristotelici.

Când termenii judecăților Sa_JP și Si_JP sunt amândoi aristotelici, tabelele de adevăr se stabilesc după metoda cunoscută.

Din definițiile celor patru transcripții și a lui $*\vdash W$ se desprind următoarele două teoreme[9]:

T1. Transcripția J satisface condiția (c) a teoremei fundamentale, în timp ce transcripțiile E și K nu satisfac această condiție.

Probă. Pentru predicatele aristotelice, transcripția J se reduce la primul conjunct din formula D_5, astfel că:

(1) $\vdash Ar \rightarrow W_J \equiv W_B$

Întrucât implicația este distributivă față de echivalență[10] și ținând seama de comutativitatea relației de echivalență, din (1) rezultă:

(2) $(\vdash Ar \rightarrow W_B) \equiv (\vdash Ar \rightarrow W_J)$

Relația de echivalență fiind un bicondițional, (2) se poate scrie:

(3) $(\vdash Ar \rightarrow W_B) \rightleftarrows (\vdash Ar \rightarrow W_J)$

Deci transcripția J îndeplinește condiția (c).

Definițiile transcripțiilor E și K arată că aceste transcripții nu îndeplinesc condiția (c).

[9] *Ibidem*, p. 165.

[10] S. Vieru, *Axiomatizări și modele ale sistemelor silogistice*, București, Editura Academiei R.S.R., 1975, p. 64.

Din teorema **T1** rezultă teorema **T2**:

T2. $\vdash Ar \to W_B$ dacă și numai dacă $\vdash Ar \to W_J$.

T3. [Condiția A pentru J] $*\vdash W$ dacă și numai dacă $\vdash W_J$.

Probă. Condiția din teoremă se descompune în relațiile:

(1) $*\vdash W \to \vdash W_J$

(2) $\vdash W_J \to *\vdash W$

Formula W este o formulă silogistică și, prin definiția II.b), satisface relația:

(3) $*\vdash W \rightleftarrows (\vdash Ar \to W_B)$

Prin tranzitivitate între (3) și **T2** se obține:

(4) $*\vdash W \rightleftarrows (\vdash Ar \to W_J)$

Deci pentru a arăta condiția (A) pentru J este suficient să se arate că:

(5) $(\vdash Ar \to W_J) \rightleftarrows \vdash W_J$

relație rezultată prin tranzitivitate între echivalența din **T3** și echivalența (4).

Pentru probare, relația (5) se descompune în două implicații:

(5.1) $(\vdash Ar \to W_J) \to \vdash W_J$

(5.2) $\vdash W_J \to (\vdash Ar \to W_J)$

Adevărul formulei (5.2) rezultă din teoremele calculului propozițional. Dacă W_J este adevărată, atunci consecventul implicației $Ar \to W_J$ este adevărat, și implicația este adevărată pentru orice antecedent. Deci formula (5.2) este adevărată.

Probarea relației (5.1) este făcută de Jaskowski, prin legea contrapoziției. Dacă W_J nu este teză, atunci nici $Ar \to W_J$ nu este teză. Se admite că W_J nu este teză. Potrivit teoremei lui Behmann, dacă o formulă predicativă monadică nu este teză, atunci ea poate fi falsificată printr-un contraexemplu pe o mulțime finită. Ca urmare, există o mulțime $M^1=\{1, 2, \dots, 2^n\}$ și un contraexemplu C^1, construit pe ea, care arată falsitatea lui W_J ($P_1, \dots, P_n, S_1, \dots, S_k$). În contraexemplul C^1, variabilele predicative $P_1, \dots, P_n$ din formula W_J se realizează ca predicate aristotelice, $P^1_1, \dots, P^1_n$, iar variabilele predicative $S_1, \dots, S_k$ din aceeași formulă se realizează ca predicate nearistotelice, $S^1_1, \dots, S^1_k$. Variabila individuală x pentru care se realizează aceste predicate ia ca valori numere din M^1.

Pentru dovedirea falsității formulei $Ar \to W_J$ se construiește contraexemplul C^2 pe mulțimea $M^2=\{1, 2, \dots, 2^n, 2^n+1, \dots, 2^{n+1}\}$, astfel încât să depindă de C^1. Se observă că:

1) mulțimea M^2 include mulțimea M^1;

2) orice $y_i \in \{2^n+1,..., 2^{n+1}\}$ se poate exprima în funcție de x_i, ce aparține mulțimii M^1, prin relația $y_i=2^n+x_i$, unde $1 \leq i \leq n$.

Predicatele din C^2 se construiesc după următoarea regulă:

Fiind dat un x,

dacă în C^1: a) $P^1_i(x)$ este adevărat, atunci în C^2: a) $P^2_i(x)$ și $P^2_i(x+2^n)$ se asumă ca adevărate;

dacă în C^1: b) $P^1_i(x)$ este fals, atunci în C^2: b) $P^2_i(x)$ și $P^2_i(x+2^n)$ se asumă ca false;

dacă în C^1: c) S^1_i=A, atunci în C^2: c) $S^2_i(\mathrm{x}) = x \leqslant 2^n$;

dacă în C^1: d) S^1_i=F, atunci în C^2: d) $S^2_i(\mathrm{x}) = x > 2^n$;

În acest fel, toate predicatele din contraexemplul C^2 sunt aristotelice, realizându-se antecedentul formulei $Ar \rightarrow W_J$. Deoarece pe mulțimea M^1, W_J este falsă prin contraexemplul C^1, atunci ea va fi falsă și pe mulțimea M^2, întrucât contraexemplul C^2 s-a construit folosind contraexemplul C^1. În contraexemplul C^2, extensiunea fiecărui predicat S^2_i intersectează extensiunea fiecărui predicat P^2_i, deci judecățile universale a_J sunt false. Ca urmare, W_J este o teză predicativă care satisface legea contrapoziției.

Din definiția (D_6) a transcripției K, prin utilizarea inferențelor imediate și legii contrapoziției, lege respectată de judecata universal-afirmativă scrisă în transcripția J, se obțin următoarele relații între judecățile universal-afirmative scrise în transcripțiile J și K:

(R_1) $\quad Sa_KP=\overline{S}a_J\overline{P} \qquad Sa_KP=Pa_JS = Pe_J\overline{S}=\overline{S}e_JP = \overline{S}a_J\overline{P}$;

(R_2) $\quad Sa_JP=\overline{S}a_K\overline{P} \qquad Sa_JP=Pa_KS = Pe_K\overline{S}=\overline{S}e_KP = \overline{S}a_K\overline{P}$;

Transcripția K este echivalenta transcripției J cu predicatele contradictorii și reciproc, transcripția J este echivalenta transcripției K cu predicatele contradictorii.

T4. [Condiția (A) pentru K] $*\vdash W \rightleftarrows \vdash W_K$

(Formula W este o formulă silogistică dacă numai dacă este scrisă în transcripția K.)

Probă. Având în vedere teorema **T3**, este suficient să se probeze că:

(1) $\vdash W_J \rightleftarrows \vdash W_K$

relație care se descompune în:

(2) $\vdash W_J \rightarrow \vdash W_K$

(3) $\vdash W_K \rightarrow \vdash W_J$

Pentru probarea relației (2) se asumă antecedentul W_J care, prin teorema **T3**, este o teză predicativă cu predicatele $P_1, ..., P_n$:

(4) $\vdash W_J(P_1, ..., P_n)$.

Deoarece formula (R_2) este teză, în formula (4) se fac substituțiile $P_1/\overline{P}_1$, $P_2/\overline{P}_2, ..., P_n/\overline{P}_n$ și se obține:

(5) $\vdash W_J(\overline{P}_1, \overline{P}_2, ..., \overline{P}_n)$

care este echivalentă cu $\vdash W_K(P_1, ..., P_n)$ prin formula (R_1).

Relația (3) se probează ca și relația (2). Se asumă că W_K este teză.

(6) $\vdash W_K(P_1, ..., P_n)$.

Deoarece formula (R_1) este teză, în (6) se fac aceleași substituții ca și în relația (4) și se obține:

(7) $\vdash W_K(\overline{P}_1, ..., \overline{P}_n)$

care este echivalentă cu $\vdash W_J(P_1, ..., P_n)$ prin formula (R_2).

Deci W_J este teză. Proba arată că transcripția K îndeplinește condiția (A).

T5. [Condiția (a) pentru E].

(1) $*\vdash W \rightarrow \vdash W_E$.

(Dacă W este o teză silogistică, atunci W_E este o teză predicativă.)
Probă. Condiția (a) pentru W_E se reduce la probarea relației:

(2) $\vdash W_J \rightarrow \vdash W_E$

rezultată prin tranzitivitate între teorema **T3** și relația (1). Având în vedere definițiile (D_4) și (D_5), dacă W_E este o teză, atunci W_J este teză.

Probarea relației (2) se face prin legea contrapoziției. Se consideră că W_E $(P_1, P_2, ..., P_n)$ nu este teză predicativă și atunci, conform legii contrapoziției, nici W_J nu este teză. Potrivit teoremei lui Behmann, se poate construi un contraexemplu, C^1, pe mulțimea finită M^1, în care variabilele predicative $P_1(x), ..., P_n(x)$ ale formulei W_E se realizează ca predicate $P^1{}_i(x)$ și care arată că W_E nu este teză. Unele dintre predicate vor fi coextensive cu altele. Dacă predicatul $P^1{}_i$ este coextensiv cu predicatul $P^1{}_J$ sau cu negația acestuia, $\overline{P}^1{}_J$, atunci se spune că cele două variabile predicative P_i și P_j sunt dependente. Deoarece C^1 este un contraexemplu, formulele de forma:

(3) $P^{(s)}{}_i a_E P^{(v)}{}_j$

sunt false; în formula (3), (*s*) și (*v*) arată de câte ori negația variabilei P_i, respectiv P_j, este combinată pentru a forma judecăți de forma $\overline{P}_i a_E \overline{P}_j$. Când P_i și P_j nu sunt negații, atunci: s=0, v=0.

Pentru a demonstra că W_j nu este teză, dacă W_E nu este teză, Jaskowski împarte variabilele predicative $P_1, ..., P_n$, dintre care unele sunt dependente de altele, în două submulțimi de variabile predicative strict independente. Fie aceste submulțimi $P_1,\ldots, P_k$ și $P_{k+1}, \ldots, P_n$. Fiecare variabilă predicativă din a doua submulțime este dependentă de o variabilă predicativă P_i ($1\leqslant i\leqslant k$) din prima mulțime.

Deoarece s-a presupus că W_j nu este teză, pe mulțimea finită $M^2=\{1, 2, \ldots, 2^k\}$ se poate construi din submulțimea de variabile predicative $P_1,\ldots, P_k$ un contraexemplu C^2, astfel ca predicatele realizate pe mulțimea M^2 să fie strict independente pentru oricare două variabile $P_1,\ldots, P_k$. Pentru aceasta, extensiunile lor trebuie să se intersecteze. Ca proprietate de construire a predicatelor $P^2_i(x)$ pe mulțimea M^2 s-a folosit următoarea: pentru variabila independentă x se aleg astfel de numere încât exprimarea binară a lui x să aibă la locul i (locul de ordine al predicatului) cifra 1. În acest fel, toate predicatele $P_i(x)$ au la locul i cifra 1, ceea ce face ca extensiunile lor să se intersecteze după cifra 1 arătând că predicatele pe contraexemplul C^2 sunt independente.

Pe submulțimea variabilelor predicative $P_{k+1},\ldots, P_n$ alegerea se face astfel ca relațiile de strictă dependență dintre variabilele predicative din submulțimea $P_1,\ldots, P_k$, să se mențină. Pentru aceasta $P^2_{k+j}(x) = P^2_i(x)$ dacă $P^1_{k+j}(x) = P^1_i(x)$ sau $P^2_{k+j}(x) = \overline{P}^2_i(x)$ dacă $P^1_{k+j}(x) = = \overline{P}^1_i(x)$. Pe contraexemplul C^2 formulele de forma:

(1) $P^{(s)}_i a_j P^{(v)}_j$

sunt false, deoarece sunt de aceeași formă cu judecata a_E, care este falsă. Ca urmare, W_J este falsă ceea ce, potrivit teoremei **T3**, nu este posibil. În consecință, W_E este teză.

T6. Transcripția E nu satisface condiția (A) a teoremei fundamentale.

Condiția (A) pentru transcripția E ar fi:

(1) $*\vdash W \rightleftarrows \vdash W_E$

(O formulă predicativă este o teză silogistică dacă și numai dacă este scrisă în transcripția echivalențială.)

Probă. În definiția (D_4) a transcripției E:

(2) $Sa_EP = Sa_BP \bullet Pa_BS$

se fac substituțiile S/P și P/S obținându-se:

(3) $Pa_ES = Pa_BS \bullet Sa_BP$

Deoarece conjuncția este comutativă:

(4) $Pa_ES = Sa_BP \bullet Pa_BS = Sa_EP$

Deci:

(5) $Sa_EP = Pa_ES$

ceea ce arată că judecata universal-afirmativă în transcripția E se convertește simplu, concluzie ce contrazice teoria aristotelică, potrivit căreia judecata universal-afirmativă se convertește *per accidens*. Ca urmare, transcripția E nu satisface condiția (A) din teorema fundamentală.

T7. [Condiția (b) pentru transcripțiile E, J, K]

(b) $\vdash \mathrm{Ar}(P) \to \mathrm{Ar}(\overline{P})$.

(Dacă predicatele din transcripțiile E, J, K sunt aristotelice, atunci negațiile lor sunt tot predicate aristotelice).

Probă. Din definiția (D_1) se obține:

(1) $\mathrm{Ar}(P) = (\exists x)P(x)\bullet(\exists x)\overline{P}(x) = (\exists x)\overline{P}(x)\bullet(\exists x)P(x) = (\exists x)\overline{P}(x)\bullet(\exists x)\overline{\overline{P}}(x) = \mathrm{Ar}(\overline{P})$

Deci, dacă predicatele din judecățile silogistice scrise în cele trei transcripții sunt aristotelice, ele îndeplinesc condiția (b) din teorema fundamentală.
Când ambele predicate sunt aristotelice rezultă:

(2) $\mathrm{Ar}(S,P)=\mathrm{Ar}(S)\bullet\mathrm{Ar}(P)=(\exists x)S(x)\bullet(\exists x)\overline{S}(x)\bullet(\exists x)P(x)\bullet(\exists x)\overline{P}(x)=(\exists x)\overline{S}(x)\bullet$
$\bullet(\exists x)S(x)\bullet(\exists x)\overline{P}(x)\bullet(\exists x)P(x)=(\exists x)\overline{S}(x)\bullet(\exists x)\overline{\overline{S}}(x)\bullet(\exists x)\overline{P}(x)\bullet(\exists x)\overline{\overline{P}}(x)=$
$=\mathrm{Ar}(\overline{S})\bullet\mathrm{Ar}(\overline{P})=\mathrm{Ar}(\overline{S},\overline{P})$

Pentru eliminarea interpretărilor care nu satisfac toate condițiile din teorema fundamentală, Jaskowski construiește următorul aparat teoretic.

Fiind date predicatele $P_1(x), P_2(x),\ldots, P_n(x)$, conjuncția lor și a celor care conțin negațiile unora dintre predicate sunt numite constituenți. Cu n predicate se pot obține 2^n constituenți. Conjuncția tuturor constituenților, prevăzut fiecare cu cuantificatorul existențial, pozitiv sau negativ, Jaskowski a denumit-o asumpție completă. Asumpția completă care are toți cuantificatorii negați este contradicție. Toate celelalte asumpții complete sunt realizabile în mulțimea numerelor $\{1, 2, \ldots, 2^n\}$.

Formula din calculul predicativ la care se reduc asumpțiile complete se determină cu ajutorul teoremelor **T8** și **T9**.

T8. Fiind date n predicate de un loc, dacă t este o asumpție completă realizabilă cu referire la aceste predicate, atunci există o formulă d, în calculul predicativ, care conține predicatele date și o formulă U, în același calcul, care nu conține cuantificatori și nici variabile individuale libere care nu apar în d, astfel încât fie formula:

(**T8/1**) $t \to d = U$

este o teză, fie una din formulele:

(**T8/2**) $t \to d$

(**T8/3**) $t \to \sim d$

este o teză.

Dacă t este o asumpție completă realizabilă, atunci numai una din formulele (**T8/2**) și (**T8/3**) este teză.

T9. Dacă $t_1, t_2, \ldots, t_m$ sunt asumpții complete realizabile pozitive cu referire la n predicate de un loc, atunci există o formulă d, în calculul predicativ, care conține toate predicatele, fără a include variabile individuale libere, și care satisface pe (**T8/2**), astfel încât

$$d = \mathrm{A}t_1\ \mathrm{A}t_2 \ldots, t_m$$

unde A este simbolul alternării[11].

În lucrarea lui Jaskowski, cuvântul „pozitiv" trebuie înțeles „afirmație", iar cuvântul „negativ" „negație".

2. APLICAȚII ALE APARATULUI TEORETIC

Aparatul teoretic construit a fost aplicat de Jaskowski pentru una, respectiv două variabile predicat.

I. Pentru o variabilă predicat, $P(x)$, constituenții sunt $P(x)$ și $\bar{P}(x)$. Cu ei se pot obține următoarele asumpții:

$$t_1 = (\exists x)P(x) \bullet (\exists x)\bar{P}(x) = \mathrm{Ar}(P)$$

$$t_2 = (\exists x)P(x) \bullet \sim(\exists x)\bar{P}(x) = (\exists x)P(x) \bullet (\forall x)\sim\bar{P}(x) = (\exists x)P(x) \bullet (\forall x)P(x) = (\forall x)P(x)$$

$$t_3 = \sim(\exists x)P(x) \bullet (\exists x)\bar{P}(x) = (\forall x)\sim P(x) \bullet (\exists x)\bar{P}(x) = (\forall x)\bar{P}(x) \bullet (\exists x)\bar{P}(x) = (\forall x)\bar{P}(x)$$

Conform teoremei **T8**, formula U, care nu conține cuantificatori sau alte variabile libere în afară de P și x, este echivalentă cu una din formulele:

$P(x)$; $\bar{P}(x)$; $P(x) \rightarrow P(x)$; $\sim (P(x) \rightarrow P(x))$

Din teorema **T8** rezultă următoarea concluzie:

C1. Dacă sunt date un predicat de un loc, P, și o variabilă individuală liberă, x, atunci există o formulă d, în logica predicatelor, pentru care este validă una din formulele:

(**C1/1**) $\mathrm{Ar}(P) \rightarrow (\forall x)\ (d = P(x))$

(**C1/2**) $\mathrm{Ar}(P) \rightarrow (\forall x)\ (d = \bar{P}(x))$

(**C1/3**) $\mathrm{Ar}(P) \rightarrow (\forall x)\ d$

(**C1/4**) $\mathrm{Ar}(P) \rightarrow (\forall x)\ \bar{d}$

[11] St. Jaskowski, *op. cit.*, p. 171.

Pentru a stabili formula validă, Jaskowski a folosit următoarea teoremă:

T10. Dacă o transcripție X satisface condițiile:

(a1) $\vdash Pa_x P$

(a2) $\vdash \sim Pa_x \overline{P}_x$

(b) $\vdash \mathrm{Ar}(P) \rightarrow \mathrm{Ar}(\overline{P}_x)$

atunci $\overline{P}_x(x) = \overline{P}(x)$ este o teză și funcția ^{-}x este identică cu funcția definită în (D_7).

Probă. Pentru probă, el asumă antecedentul Ar(P), care este același pentru toate cele patru formule din concluzia **C1**, iar pe $\overline{P}_x(x)$ îl notează cu *d*. Din condiția (b), ca premisă, rezultă, prin *Modus Ponens*, că Ar($\overline{P}_x$) este teză. Deci *d* este aristotelic și nu poate fi nici adevărat mereu, nici fals mereu. De aceea, fie formula (**C1/1**), fie formula (**C1/2**) este teză. Formula (**C1/1**) nu poate fi teză, deoarece conduce la echivalența $\overline{P}_x(x) = P(x)$ care este imposibilă, după condițiile (a1) și (a2). Ca urmare, formula (**C1/2**) este teză și determină, la rândul său, teza:

$$\vdash \mathrm{Ar}(P) \rightarrow (\forall x)\, (\overline{P}_x(x) = \overline{P}(x))$$

Deoarece antecedentul tezei a fost asumat ca adevărat, prin regula detașării (*Modus Ponens*) rezultă că $(\forall x)\ (\overline{P}_x(x) = \overline{P}(x))$ este teză. Probarea echivalenței $(\forall x)$ $(\overline{P}_x(x) = \overline{P}(x))$ pentru predicatele nearistotelice se reduce la probarea formulelor:

$$\vdash (\forall x)\ P(x) \rightarrow (\forall x) \sim \overline{P}_x(x)$$

$$\vdash (\forall x)\ \overline{P}(x) \rightarrow (\forall x)\ \overline{P}_x(x)$$

Prin teorema **T8** pentru predicatul nearistotelic, P, formula *d* trebuie să fie nearistotelică. Predicatul P fiind nearistotelic, constituenții săi nu pot primi drept cuantificator pe cel existențial, deoarece ei sunt fie universali, fie vizi. Ca urmare, asumpțiile sunt $t_1 = (\forall x)P(x)$ și $t_2 = (\forall x)\overline{P}(x)$. Deoarece $d = \overline{P}_x(x)$, prin teorema **T8** una din formulele $t \rightarrow d$ sau $t \rightarrow \sim d$ este teză.

Dacă $t = t_1$, atunci $t_1 \rightarrow \sim d$, din care rezultă că $(\forall x)\ P(x) \rightarrow (\forall x) \sim \overline{P}_x(x)$ este teză.

Dacă $t = t_2$, atunci $t_2 \rightarrow d$, din care rezultă că $(\forall x)\ \overline{P}(x) \rightarrow (\forall x)\ \overline{P}_x(x)$ este teză.

Formulele $t \rightarrow d$ și $t \rightarrow \sim d$ nu pot fi simultan teze pentru ambele asumpții.

Deci numai una din formulele lui **C1** este teză.

II. Cu două variabile predicat, $S(x)$ și $P(x)$ se pot obține 2^2 constituenți. Aceștia sunt:

$$S(x) \bullet P(x); \quad S(x) \bullet \overline{P}(x); \quad \overline{S}(x) \bullet P(x); \quad \overline{S}(x) \bullet \overline{P}(x)$$

Pentru construirea asumpțiilor, toți constituenții sunt precedați de cuantificatorul existențial[12], rezultând:

(1) $(\exists x)(S(x)\bullet P(x))\bullet(\exists x)(S(x)\bullet \overline{P}(x))\bullet(\exists x)(\overline{S}(x)\bullet P(x))\bullet(\exists x)(\overline{S}(x)\bullet \overline{P}(x))$

Fiecare constituent împreună cu cuantificatorul existențial corespunde judecății silogistice particular-afirmative în transcripția Brentano:

(2) $Si_BP = (\exists x)(S(x)\bullet P(x))$

Cu două variabile-predicat, împreună cu semnul negației pe cuantificator, rezultă 2^4 asumpții complete din care se elimină cea care are toți constituenții negați, fiind contradicție. Formula generală pentru asumpții este:

(3) $S[g\ j\ k\ l]P = ((\sim)^g(Si_BP))\bullet((\sim)^j(Si_B\overline{P}))\bullet((\sim)^k(\overline{S}i_BP))\bullet((\sim)^l(\overline{S}i_B\overline{P}))$[13]

unde g, j, k, l iau valorile 1 și 0, astfel că $(\sim)^1=\sim$, iar $(\sim)^0$ se omite.

Dând valori celor patru litere, după această regulă, se obțin toate asumpțiile complete. Ele sunt în transcripția Brentano și îndeplinesc condiția (b) din teorema fundamentală.

Între judecățile particular-afirmative și cele universal-afirmative există anumite raporturi care se stabilesc făcând apel la relațiile de opoziție dintre judecățile silogistice. Pentru determinarea acestor raporturi, contrarietatea și contradicția dintre judecățile silogistice sunt fundamentale. Contrarietatea judecăților silogistice universale este dată de inferențele:

(4) $SaP\rightarrow\sim SeP$

(5) $SeP\rightarrow\sim SaP$

Prin obversiunea judecății universal-negative rezultă:

(6) $SaP\rightarrow\sim Sa\overline{P}$

(7) $Sa\overline{P}\rightarrow\sim SaP$

Prin aplicarea obversiunii ambilor membrii ai relațiilor (4) și (5) se ajunge la relațiile:

(8) $Se\overline{P}\rightarrow\sim Sa\overline{P}$

(9) $Sa\overline{P}\rightarrow\sim Se\overline{P}$

care arată că între judecățile $Se\overline{P}$ și $Sa\overline{P}$ există tot un raport de contrarietate. Deci obversiunea conservă raportul de contrarietate.

Contradicția dintre judecățile particular-afirmative și judecățile universal-negative este folosită pentru stabilirea relațiilor care există între judecățile

[12] *Ibidem,* p. 167.
[13] *Ibidem,* p. 169.

particular-afirmative și cele universal-afirmative. Alături de contradicție, se vor utiliza conversiunea și obversiunea.

a$_1$) $$SiP = \sim SeP \begin{array}{l} \nearrow\ = \sim Sa\overline{P} \\ \searrow\ \sim(\sim SaP) \rightarrow SaP \end{array}$$

Relația $SiP \rightarrow SaP$ confirmă asertiunea conform căreia „judecata *I* este adevărată, pe lângă cazurile când judecata universal-afirmativă este adevărată, și în cazurile când judecata universal-afirmativă este falsă fiindcă, după cum se știe, «unii» înseamnă «unul nu-i exclus ca toți»”[14].

a$_2$) $$\sim SiP = SeP \begin{array}{l} \nearrow\ = Sa\overline{P} \\ \searrow\ \sim SaP \end{array}$$

b$_1$) $$Si\overline{P} = \sim Se\overline{P} \begin{array}{l} \nearrow\ = \sim SaP \\ \searrow\ \sim(\sim Sa\overline{P}) \rightarrow Sa\overline{P} \end{array}$$

b$_2$) $$\sim Si\overline{P} = Se\overline{P} \begin{array}{l} \nearrow\ = SaP \\ \searrow\ \sim Sa\overline{P} \end{array}$$

c$_1$) $$\overline{S}iP = \sim \overline{S}eP = \sim Pe\overline{S} = \sim PaS \rightarrow \sim SiP \begin{array}{l} \nearrow\ = Sa\overline{P} \\ \searrow\ \sim SaP \end{array}$$

c$_2$) $$\sim \overline{S}iP = \overline{S}eP = Pe\overline{S} = PaS \rightarrow SiP \begin{array}{l} \nearrow\ = \sim Sa\overline{P} \\ \searrow\ SaP \end{array}$$

d$_1$) $$\overline{S}i\overline{P} = \sim \overline{S}e\overline{P} \begin{array}{l} \nearrow\ = \sim \overline{S}aP \\ \searrow\ \sim \overline{P}e\overline{S} = \sim \overline{P}aS \rightarrow \sim Si\overline{P} \begin{array}{l} \nearrow\ = SaP \\ \searrow\ \sim Sa\overline{P} \end{array} \end{array}$$

[14] I. Didilescu, P. Botezatu, *Silogistica. Teoria clasică și interpretările moderne*, București, Editura Didactică și Pedagogică, 1978, p. 43.

$$\begin{tikzcd}[row sep=small]
 & =\overline{S}aP & & \\
d_2)\ \sim\overline{S}i\overline{P}=\overline{S}e\overline{P} \arrow[ur] \arrow[dr] & & & =\sim SaP \\
 & \overline{P}e\overline{S}=\overline{P}aS\rightarrow Si\overline{P} \arrow[urr] \arrow[drr] & & \\
 & & & Sa\overline{P}
\end{tikzcd}$$

Judecățile din pozițiile d_1) și d_2) arată că între judecata $\overline{S}aP$, pe de o parte, și judecățile SaP și $Sa\overline{P}$, pe de altă parte, există relațiile:

(10) $\sim Sa\overline{P} \rightarrow \sim\overline{S}aP;\ \overline{S}aP\rightarrow Sa\overline{P}$

(11) $SaP\rightarrow\sim Sa\overline{P}$

(12) $SaP\rightarrow\sim\overline{S}aP$

Formulele a_1) – d_2) pun în evidență faptul că toate judecățile particular-afirmative se pot exprima în funcție de judecata universal-afirmativă. Când judecata particular-afirmativă are zero negații sau un număr par de negații, ea se reduce la *SaP*, iar când judecata particular-afirmativă are un număr impar de negații se reduce la *~SaP*. Judecățile particular-afirmative sunt judecăți existențiale, care implică existența obiectelor din sfera subiectivului. Întrucât, prin inferențe imediate, ele se reduc la judecata universal-afirmativă înseamnă că și universala-afirmativă implică existența, astfel că nu este necesar ca în silogismele care deduc concluzii particular-afirmative din premise universal-afirmative să se introducă o premisă existențială suplimentară. Implicarea existenței de către judecățile afirmative este precizată de Aristotel în definiția noțiunii de termen al premisei: „Numesc termen părțile în care premisa se rezolvă, adică atât predicatul, cât și aceea despre care el se enunță, fie că *se adaugă existența în afirmație*, fie că *se separă neexistența în negație*” (s.n.)[15]. Potrivit definiției, cei doi termeni ai judecăților afirmative au existență. Ca urmare, presupoziția existențială suplimentară este superfluă. Aceasta este în acord și cu aserțiunea „interpretarea J a silogisticii în logica predicatelor introdusă de către Smith și Jaskowski arată *compatibilitatea* silogisticii aristotelice cu neacceptarea presupoziției existențiale” (s.n.)[16]. Ceva mai departe, același autor precizează: „În primul rând presupoziția existențială nu este explicitată de Aristotel însuși, formularea ei intervenind mult mai târziu. În al doilea rând, presupoziția existențială nu adaugă nimic conținutului propriu-zis al silogisticii asertorice în următorul sens, niciuna din formele admise ca valide, în logica aristotelică, nu încetează să fie validă în transcripția J din logica predicatelor; tot astfel niciuna din formele respinse la Aristotel nu devine validă în aceeași transcripție”[17].

[15] Aristotel, *Organon* II, *Analitica primă,* I, 1, 24b, 9-12 traducere și introducere Mircea Florian, București, Editura Științifică, 1958.

[16] S. Vieru, *op. cit.* p. 75.

[17] *Ibidem,* p. 77.

Asumpțiile complete obținute cu cei patru constituenți se pot împărți în cinci grupe.

1. În asumpția ρ = [0110] toți constituenții se reduc la *SaP*.
2. În asumpțiile ρ = [1110], ρ = [0010], ρ = [0100] și ρ = [0111] trei constituenți se reduc la *SaP* și unul la ~*SaP*.
3. În asumpția ρ = [1001] toți constituenții se reduc la ~*SaP*.
4. Asumpțiile ρ = [0001], ρ = [1101], ρ = [1011] și ρ = [1000] au câte trei constituenți care se reduc la ~*SaP* și un constituent redus la *SaP*.
5. Asumpțiile ρ = [0000], ρ = [0101], ρ = [1010], ρ = [1100] și ρ = [0011] au câte doi constituenți care se reduc la *SaP* și doi constituenți care se reduc la ~*SaP*.

Probarea condiției (a) pentru transcripțiile E, J, K, în cazul a două predicate de un loc, Jaskowski o face prin descompunerea ei în următoarele cinci teze:

(a_1)	$\vdash Pa_xP$	legea identității pentru *A*
(a_2)	$\vdash \sim Pa_x\overline{P}$	negarea supoziției neidentității lui *A*
(a_3)	$\vdash Sa_xP \rightarrow \sim Sa_x\overline{P}$	obversiunea lui *A*
(a_4)	$\vdash Sa_xP \rightarrow \sim \overline{S}a_xP$	inversiunea lui *A*
(a_5)	$\vdash (Ma_xP \bullet Sa_xM) \rightarrow Sa_xP$	modul *Barbara*

unde X = E, J, K.

Tezele (a_3) și (a_4) coincid cu tezele (11) și (12) stabilite mai sus de noi.

Pentru ca constituenții diferitelor asumpții să poată fi aduși la aceeași calitate, Jaskowski a folosit șase teoreme în care a introdus cele cinci teze. Prin acestea, el a arătat că transcripțiile E, J, K îndeplinesc condițiile (a) și (b) din teorema fundamentală.

Prin teorema (4.10)[18] s-a demonstrat că asumpțiile ρ = [0110], ρ = [1110] și ρ = [0111] sunt afirmative. Totuși, rezultatele noastre, date mai sus, arată că asumpția completă ρ = [0110] este singura în mod cert afirmativă, redusă la *SaP*. Celelalte două asumpții au câte un constituent care se reduce la ~*SaP*. Dar având în vedere că $\sim SiP$ și $\sim \overline{S}i\overline{P}$ sunt echivalente cu $Sa\overline{P}$[19], asumpțiile ρ = [1110] și ρ = [0111] se pot considera afirmative.

T11. Dacă ρ = [0110] sau ρ = [1110] sau ρ = [0111] și dacă:

(a_1) $\vdash Pa_xP$

este teză, atunci:

(1) $S\rho P \rightarrow Sa_xP$

este teză.

[18] St. Jaskowski, *op. cit.*, p. 169.
[19] I. Didilescu, P. Botezatu, *op. cit.*, pp. 53–56.

Probă. Deoarece $S\rho P$ este o asumpție completă pentru care este valabilă teorema **T8/2**, proba se face prin reducere la absurd.

Se consideră că:

(2) $S\rho P \rightarrow \sim Sa_xP$

este teză. Din contrapoziția lui (2) se obține:

(3) $Sa_xP \rightarrow \sim S\rho P$

care trebuie să fie verificată de orice interpretare. Pentru $S = P$ rezultă:

(4) $Pa_xP \rightarrow \sim P\rho P$

Întrucât (a_1) este teză, prin *Modus Ponens* cu relația (4) rezultă $\sim P\rho P$. Dar $\sim P\rho P$ nu este teză, deoarece contrazice pe (a_1). Verificarea pentru $P = \overline{P}$ arată, de asemenea, că $\sim \overline{P}\rho\overline{P}$ nu este teză. Deci (2) este falsă; ca urmare (1) este teză.

Prin teorema 4.11[20], Jaskowski a probat că asumpțiile ρ = [1001], ρ = [1101] și ρ = [1011] sunt toate în mod cert negative. Totuși, după cum reiese din expresiile constituenților, numai prima asumpție este în mod cert negativă, celelalte două au câte un constituent contrar cu prima, deci pozitiv așa, că nu pot fi de același semn. De aceea, noi am descompus teorema 4.11 în teoremele **T12/1** și **T12/2**.

T12/1 Dacă ρ = [1001] și dacă:

(a_2) $\vdash \sim Pa_x\overline{P}$

este teză, atunci:

(1) $S\rho P \rightarrow \sim Sa_xP$

este teză.

Proba se face prin metoda reducerii la absurd. Se asumă ca teză:

(2) $S\rho P \rightarrow Sa_xP$

Din contrapoziția relației (2) se obține:

(3) $\sim Sa_xP \rightarrow \sim S\rho P$

care ar fi teză. Verificarea pentru $S = P$ și $P = \overline{P}$ duce la:

(4) $\sim Pa_x\overline{P} \rightarrow \sim P\rho\overline{P}$

Aplicând *Modus Ponens* între teza (a_2) și (4), rezultă $\sim P\rho\overline{P}$, care trebuie să fie teză verificată de orice interpretare. Pentru $\overline{P} = P$, se obține $\sim P\rho P$ care este falsă; pentru $P = \overline{P}$ se obține $\sim \overline{P}\rho\overline{P}$ care este, de asemenea, falsă. În consecință, asumpția (2) nu poate fi admisă. Rezultă că (1) este teză.

[20] St. Jaskowski, *op. cit.*, p. 169.

T12/2 Dacă ρ = [1101] sau ρ = [1011] și dacă:

(a3) $\vdash Sa_xP \to \sim Sa_x\overline{P}$

este teză, atunci:

(1) $S\rho P \to \sim Sa_xP$

este teză.

Proba se face prin metoda reducerii la absurd. Se asumă ca teză relația:

(2) $S\rho P \to Sa_xP$

În asumpțiile din ipoteză se substituie P cu $\overline{P}$ și se obține teza:

(3) $\vdash S\rho P \to S\rho\overline{P}$

Efectuând aceeași substituție în relația (2) rezultă:

(4) $S\rho\overline{P} \to Sa_x\overline{P}$

Prin contrapoziția lui (a3) se obține:

(5) $Sa_x\overline{P} \to \sim Sa_xP$

Din relațiile (4) și (5), datorită tranzitivității, rezultă relația:

(6) $S\rho\overline{P} \to \sim Sa_xP$

care împreună cu (3), prin tranzitivitate, determină teza:

(7) $\vdash S\rho P \to \sim Sa_xP$

Deci asumpția (2) nu poate fi admisă. De aici rezultă că (1) este concluzia corectă și totodată teză.

T13. Dacă ρ = [1100] sau ρ = [0011] sau ρ = [0000] și dacă:

(a3) $\vdash Sa_xP \to \sim Sa_x\overline{P}$

este teză, atunci:

(1) $\vdash S\rho P \to \sim Sa_xP$

este teză.

Proba se face prin metoda reducerii la absurd, asumându-se ca teză:

(2) $\vdash S\rho P \to Sa_xP$

În cele trei asumpții complete din ipoteză se face substituția $P = \overline{P}$ și se obține teza:

(3) $\vdash S\rho P \to S\rho\overline{P}$

Prin utilizarea aceleiași substituții în (2) rezultă:

(4) $S\rho\overline{P} \rightarrow Sa_x\overline{P}$

Din relațiile (3) și (4), prin tranzitivitate, se ajunge la:

(5) $S\rho P \rightarrow Sa_x\overline{P}$

Din contrapoziția lui (a_3) se obține relația:

(6) $Sa_x\overline{P} \rightarrow \sim Sa_xP$

Prin tranzitivitatea între (5) și (6) rezultă:

(7) $S\rho P \rightarrow \sim Sa_xP$

ceea ce contrazice asumpția (2). Deci (2) nu poate fi teză. Ca urmare (1) este teză și concluzie.

T14. Dacă ρ = [1010] sau ρ = [0101] sau ρ = [0000] și dacă

(a_4) $\vdash Sa_xP \rightarrow \sim \overline{S}a_xP$

atunci

(1) $\vdash S\rho P \rightarrow \sim Sa_xP$

este teză.

Proba se face prin reducerea la absurd. Se asumă ca teză:

(2) $\vdash S\rho P \rightarrow Sa_xP$

Înlocuind pe S cu $\overline{S}$ în cele trei asumpții din ipoteză, se obține teza:

(3) $\vdash S\rho P \rightarrow \overline{S}\rho P$

Aplicând aceeași substituție în relația (2), rezultă:

(4) $\vdash \overline{S}\rho P \rightarrow \overline{S}a_xP$

Din contrapoziția ipotezei (a_4) se obține:

(5) $\overline{S}a_xP \rightarrow \sim Sa_xP$

care prin tranzitivitate cu relația (4) produce teza:

(6) $\vdash \overline{S}\rho P \rightarrow \sim Sa_xP$

Din relațiile (3) și (6), prin tranzitivitate, rezultă:

(7) $\vdash S\rho P \rightarrow \sim Sa_xP$

care este concluzia (1) a teoremei. Deci asumpția (2) nu poare fi admisă.

T15. Dacă ρ = [1000] sau ρ = [0001] și dacă

(a$_3$) $\vdash S a_x P \to \sim S a_x \overline{P}$

(a$_5$) $\vdash (M a_x P) \bullet (S a_x M) \to S a_x P$

sunt teze, atunci:

(1) $S\rho P \to \sim S a_x P$

este teză.

Probă. Se asumă ca teză relația:

(2) $S\rho P \to S a_x P$

Din aplicarea ei termenilor din (a$_5$) se obțin relațiile:

(3) $(M\rho P) \bullet (S\rho M) \to (M a_x P) \bullet (S a_x M)$

(4) $(M\rho P) \bullet (S\rho M) \to S a_x P$

Utilizând teorema **T12/2**, rezultă:

(5) $M\rho P \to \sim M a_x P$

(6) $S\rho M \to \sim S a_x M$

Obversiunea membrului drept al tezei (a$_3$) duce la teza:

(7) $S a_x P \to \sim S e_x P$

care împreună cu (a$_3$) determină:

(8) $M a_x P \to \sim M a_x \overline{P} = \sim M e_x P$

(9) $S a_x P \to \sim S a_x \overline{M} = \sim S e_x M$

Înlocuind aceste relații în (5) și (6), se obțin:

(10) $M\rho P \to M e_x P$

(11) $S\rho M \to S e_x M$

Conjuncția dintre (10) și (11) și relația (4) conduc la:

(12) $M\rho P \bullet S\rho M \to M e_x P \bullet S e_x M \to S a_x P$

ceea ce este fals, deoarece modul *Barbara* are premise afirmative. Deci relația (2) nu este teză; ca urmare (1) este teză.

T16. Dacă (a$_5$) $\vdash (M a_x P) \bullet (S a_x M) \to S a_x P$ este o teză, atunci:

(1) $\vdash S[0100]P \to S a_x P$

(2) $\vdash S[0010]P \to S a_x P$

nu sunt amândouă teze.

Probă. Din substituțiile $P = M$, în relația (1), și $S = M$, în relația (2), rezultă:

(3) $S[0100]M \rightarrow Sa_xM$

(4) $M[0010]P \rightarrow Ma_xP$

Conjuncția celor două relații determină:

(5) $M[0010]P \bullet S[0100]M \rightarrow (Ma_xP) \bullet (Sa_xM)$

Având în vedere (a_5), se obține:

(6) $M[0010]P \bullet S[0100]\mathrm{M} \rightarrow Sa_xP$

Din concluzia lui **T15**, pentru una din cele două asumpții, se determină expresia lui Sa_xP. Fie asumpția ρ = [1000]. Din relația (1) a teoremei **T15** se obține:

(7) $S[1000]P \rightarrow \sim Sa_xP$

din a cărei contrapoziție rezultă:

(8) $Sa_xP \rightarrow \sim S[1000]P$

care introdusă în (6) duce la:

(9) $M[0010]P \bullet S[0100]M \rightarrow \sim S[1000]P$

ceea ce contrazice teza (a_5), concluzia fiind negativă. Ca urmare, numai una din relațiile (1) sau (2) este teză. De aceea, ele nu pot fi afirmative în același timp, dar nici nu se poate spune care este afirmativă și care este negativă. În formula (9), care este modul *Celarent*, premisa majoră este negativă, iar cea minoră este afirmativă. Dar oricare din cele două asumpții complete poate să fie în oricare dintre cele două premise, putând fi afirmativă oricare dintre ele. Totuși, dacă se are în vedere că $Si\overline{P}$ și $\overline{S}iP$ sunt echivalente cu $Sa\overline{P}$ (Cf., p. 12), atunci asumpțiile ρ = [0100] și ρ = [0010] pot fi amândouă afirmative.

Definițiile (D_4) – (D_6), formula generală a asumpțiilor complete și teoremele probate conduc la următoarele relații:

T17. $Sa_EP = \mathrm{A}S[0110]P\ \mathrm{A}S[1110]P\ S[0111]P$

T18. $Sa_JP = \mathrm{A}Sa_EP\ S[0100]P$

T19. $Sa_KP = \mathrm{A}Sa_EP\ S[0010]P$

Teorema **T19** rezultă din relația (R_1), teoremele **T17** și **T18** în care se fac substituțiile $S/\overline{S}$ și $P/\overline{P}$, dubla negație și comutativitatea conjuncției și disjuncției.

Conform relației (R_1):

(1) $Sa_KP = \overline{S}a_J\overline{P}$

$\overline{S}a_J\overline{P}$ se obține din teorema **T18** în care se fac substituțiile $S/\overline{S}$ și $P/\overline{P}$:

(2) $\overline{S}a_J\overline{P} = \mathrm{A}\overline{S}a_E\overline{P}\ \overline{S}[0100]\overline{P}$

$\overline{S}a_E\overline{P}$ se obține din teorema **T17** în care se fac aceleași substituții:

(3) $\overline{S}a_E\overline{P} = \mathrm{A}\overline{S}[0110]\overline{P}\ \mathrm{A}\overline{S}[1110]\overline{P}\ \overline{S}[0111]\overline{P}$

Asumpțiile cu termeni negativi se obțin prin aceleași substituții făcute în asumpțiile cu termeni pozitivi.

(4) $\overline{S}[0110]\overline{P} = (Si_BP) \bullet \sim (\overline{S}i_B\overline{\overline{P}}) \bullet \sim (\overline{\overline{S}}i_B\overline{P}) \bullet (\overline{\overline{S}}i_B\overline{\overline{P}})$

care prin dubla negație se reduce la:

(5) $\overline{S}[0110]\overline{P} = \overline{S}i_B\overline{P} \bullet \sim (\overline{S}i_BP) \bullet \sim (Si_B\overline{P}) \bullet (Si_BP)$

Aplicând comutativitatea conjuncției, rezultă:

(6) $\overline{S}[0110]\overline{P} = (Si_BP) \bullet \sim (Si_B\overline{P}) \bullet \sim (\overline{S}i_B\overline{P}) \bullet (\overline{S}i_B\overline{P}) = S[0110]P$

Prin același procedeu se demonstrează că:

(7) $\overline{S}[1110]\overline{P} = S[0111]P$

(8) $\overline{S}[0111]\overline{P} = S[1110]\ P$

(9) $\overline{S}[0100]\overline{P} = S[0010]P$

(10) $\overline{S}[0010]\overline{P} = S[0100]P$

Având în vedere echivalența celor două asumpții din (6) relațiile (7) și (8) și comutativitatea disjuncției din (3), se obține:

(11) $\overline{S}a_E\overline{P} = \mathrm{A}S[0110]P\ \mathrm{A}S[1110]P\ S[0111]P$

care prin teorema **T17** este echivalentă cu Sa_EP:

(12) $\overline{S}a_E\overline{P} = Sa_EP$

Ținând seama de relațiile (9) și (12) din (2), rezultă:

(13) $\overline{S}a_J\overline{P} = \mathrm{A}Sa_EP\ S[0010]P$

care, înlocuită în relația (1), conduce la:

(14) $Sa_KP = \mathrm{A}Sa_EP\ S[0010]P$

expresie ce reprezintă teorema **T19**.

În formulele **T18** și **T19**, asumpțiile $S[0100]P$ și $S[0010]P$ se pot schimba între ele, ambele putând fi afirmative. Întrucât nu se cere ca cele trei transcripții E, J, K să fie aplicate simultan, echivalențele **T18** și **T19** nu au loc în același timp, astfel că asumpția afirmativă poate fi utilizată pentru exprimarea echivalenței transcripției avută în vedere. Această idee se desprinde din precizarea făcută de Jaskowski că „ultimele două asumpții [ρ = [0100] și ρ = [0010]] pot să nu fie pozitive în același timp”[21].

Din teoremele demonstrate, Jaskowski extrage următoarele teoreme:

T20. Dacă:

(a$_1$) $\vdash Pa_xP$,

(a$_2$) $\vdash \sim Pa_x\overline{P}$,

(a$_3$) $\vdash Sa_xP \to \sim Sa_x\overline{P}$,

(a$_4$) $\vdash Sa_xP \to \sim \overline{S}a_xP$,

(a$_5$) $\vdash (Ma_xP \bullet Sa_xM) \to Sa_xP$,

(b) $\vdash \mathrm{Ar}(P) \to \mathrm{Ar}(\overline{P})$

atunci a_x este una din relațiile a_E, a_J, a_K.

3. ELIMINAREA ALTOR TRANSCRIPȚII

Pentru eliminarea altor transcripții, Jaskowski stabilește următoarea teoremă:

T21. Nicio altă transcripție în afară de E, J, K nu satisface simultan condițiile (a) și (b) din teorema fundamentală.

Probă. Jaskowski face proba pentru două interpretări, L și M, construite astfel:

(1) $Sa_LP = ((\forall x)S(x) \equiv (\forall x)P(x))$

(2) $Sa_MP = ((\exists x)S(x) \equiv (\exists x)P(x))$

Mai întâi, el arată că cele două interpretări sunt teze predicative prin următoarea teoremă:

T22. Dacă W_E este o teză predicativă, atunci W_L și W_M sunt, de asemenea, teze predicative.

Probă. Se asumă că W_E este teză predicativă. Dacă predicatele interpretării L sunt $P^*(x)$ și ale interpretării M sunt $P^{**}(x)$ prin substituirea lor în teza:

(1) $\vdash W_E(P_1, ..., P_n)$

se obțin tezele:

(2) $\vdash W_E(P^*_1, ..., P^*_n)$; $\vdash W_E(P^{**}_1, ..., P^{**}_n)$

[21] *Ibidem*, p. 171.

Modul cum au fost definite interpretările L și M conduce la:

(3) $\vdash Sa_LP\equiv S{*}a_EP{*}$; $\vdash Sa_MP\equiv S{**}a_EP{**}$

Din (2) și (3) rezultă tezele:

$\vdash W_L(P_1, ..., P_n)$; $\vdash W_M(P_1, ..., P_n)$

Deci W_L și W_M sunt teze predicative. Ca urmare admit tezele:

T23. $Sa_LP\equiv Si_LP$

T24. $Sa_MP\equiv Si_MP$

Dacă L și M se înlocuiesc cu E, nu se produc teze. **T23** nu este convertibilă, deoarece ambele judecăți se convertesc simplu, ceea ce contrazice conversiunea aristotelică a judecății universal-afirmativă.

T25. (Condiția (a) pentru L și M) Dacă $*\vdash W\rightarrow\vdash W_L$ și $\vdash W_M$. (Dacă W este o teză silogistică, atunci W_L și W_M sunt teze predicative.)

Probă. Teorema rezultă prin tranzitivitate între teorema **T5** și teorema **T22**.

Interpretările L și M nu satisfac condiția (b). Din definițiile lor se deduc relațiile $\overline{S}_L\equiv \overline{P}_L$; $\overline{S}_M\equiv \overline{P}_M$, cărora aplicându-le condiția (b) rezultă:

$Ar(P_L)\rightarrow Ar(\overline{P}_L)$; $Ar(P_L)\rightarrow Ar(\overline{S}_L)$

$Ar(P_M)\rightarrow Ar(\overline{P}_M)$; $Ar(P_M)\rightarrow Ar(\overline{S}_M)$

Deci pentru condiția (b) cele două interpretări sunt redundante.

Semnificațiile celor patru condiții ale teoremei fundamentale sunt[22]:

Condiția (a): modelare pozitiv-completă satisfăcută de transcripțiile E, J, K, L, M, ...;

Condiția (A): modelare adecvată (neredundantă) satisfăcută de transcripțiile J, K;

Condiția (b): modelare negativ-completă satisfăcută de transcripțiile E, J, K;

Condiția (c): modelare normală satisfăcută de transcripția J, care pentru predicatele aristotelice se reduce la modelul Brentano.

4. CONCLUZII

Din cele prezentate se desprind următoarele:

– Modelul Jaskowski este un model complet al silogisticii asertorice, deoarece conține atât termeni pozitivi, cât și negativi de orice extensiune (universali, neuniversali și vizi).

[22] I. Didilescu, P. Botezatu, *op. cit.*, p. 296.

– Predicatele sunt împărțite în două categorii: aristotelice, formate din predicatele neuniversale și nevide, și nearistotelice, formate din predicatele universale și vide. Toate predicatele sunt privite numai din punct de vedere extensional.

– Modelul cuprinzând și termenii negativi, Jaskowski definește și utilizează contradicția și obversiunea.

– Ca metode de probare a teoremelor sunt folosite metoda reducerii la absurd și legea contrapoziției.

– Judecățile silogistice sunt exprimate în patru transcripții; transcripția de bază este cea Brentano, în funcție de care sunt exprimate celelalte trei, E, J, K. Transcripția E (echivalențială) se aplică predicatelor coextensive; transcripția J, aplicabilă tuturor predicatelor, aristotelice și nearistotelice, este o extensiune echivalențială al înțelesului aristotelic al judecăților; transcripția K este conversa transcripției J.

– Raportul transcripțiilor E, J, K cu silogistica aristotelică este stabilit de Jaskowski printr-o teoremă fundamentală care conține patru condiții (a), (A), (b), (c), nu toate îndeplinite de cele trei transcripții. Transcripțiile E, J, K și numai ele îndeplinesc condițiile (a) și (b), fiind considerate singurele interpretări ale silogisticii; transcripțiile J și K îndeplinesc condițiile (A) și (b) fiind transcripții adecvate ale silogisticii; transcripția J satisface condițiile (a), (b) și (c), ceea ce o face să fie singura interpretare normală pentru silogistică, motiv pentru care nu necesită presupoziție existențială. Pentru a arăta că cele trei transcripții sunt singurele care îndeplinesc condițiile teoremei fundamentale, Jaskowski a considerat transcripțiile L și M și a demonstrat că nu pot fi admise, deoarece nu îndeplinesc condiția (b), fiind redundante.

– Pentru aplicarea modelului său, Jaskowski a conceput un aparat teoretic generalizat la *n* variabile-predicat ce pot fi componente ale judecăților silogistice. Conjuncția acestor variabile-predicat, dintre care unele pot fi negative, este numită constituent, iar conjuncția tuturor constituenților, dotat fiecare cu cuantificatorul existențial, pozitiv sau negativ, este numită asumpție completă. Prin cuantificatorul existențial pozitiv s-a asumat existența obiectelor în sfera subiectului. Într-o asumpție completă nu pot fi toți cuantificatorii negativi. O asumpție completă se reduce la o formulă, pentru a cărei determinare Jaskowski a stabilit mai multe teoreme.

Aparatul teoretic a fost aplicat pentru una și două variabile predicat. Pentru două predicate, constituenții sunt judecăți silogistice particulare exprimate în transcripția Brentano, iar unele asumpții complete s-au redus la judecata silogistică universal-afirmativă, ceea ce dovedește că această judecată are existență și elimină necesitatea presupoziției existențiale a obiectelor din sfera subiectului.