

# Reconstructing Carnap

The *Aufbau* Project, a century later

## Constantin C. Brîncuș

(Institute of Philosophy and Psychology, Romanian Academy / University of Bucharest)

### *Carnap's Categoricity Problem; Then and Now*

Carnap's *Gabelbarkeitssatz* grew out of the *Aufbau* project, in his trying to obtain proper concepts defined by an axiom system, and asserts that a consistent axiom system is decidable if and only if it is categorial. However, due to Gödel's incompleteness results, the system for whose decidability Carnap argued based on its categoricity is undecidable. One of the reasons that made Carnap's argument to closely miss its target was the lack of a clear distinction at that time between the axiom system under investigation and the logical language in which the investigation is conducted. Still, Carnap did not abandon his investigations on decidability and categoricity. In my presentation, I shall discuss the relation between these two concepts with a focus on what is nowadays called *Carnap's Categoricity Problem* for a system of logic, i.e. the question of whether the semantics of a logic can be uniquely determined by its proof theoretical systems. In particular, I shall examine two recent arguments for the idea that the natural deduction rules for the first-order universal quantifier are categorial, i.e., that they uniquely determine its semantic intended meaning. I argue that the success of both these arguments is relative to their semantic or infinitary assumptions, which could be easily discharged if the introduction rule for the universal quantifier is taken to be an infinitary rule. Consequently, I reconsider the use of the  $\omega$ -rule and I show that its addition to the standard formalizations of first-order logic is categorial. Finally, I advance an argument for the categoricity of first-order Peano Arithmetic based on the inferential conservativity requirement. The presentation is mainly based on my two recent publications: "Categorial Quantification", *Bulletin of Symbolic Logic*, 2024, pp. 1-27; "Inferential Quantification and the  $\omega$ -Rule". In Antonio Piccolomini d'Aragona (Ed.) *Perspectives on Deduction*, Synthese Library Series, Springer, 2024, pp. 345-372.

### *Il problema carnapiano della categoricità: ieri e oggi*

La *Gabelbarkeitssatz* di Carnap deriva dal progetto dell'*Aufbau* nel tentativo di ottenere concetti propri definiti da un sistema di assiomi, e afferma che un sistema di assiomi consistente è decidibile se e solo se è categorico. Tuttavia, in virtù dei risultati di incompletezza di Gödel, il sistema di cui Carnap argomenta la decidibilità sulla base della sua categoricità è indecidibile. Una delle ragioni che fa sì che l'argomento di Carnap manchi di poco il suo obiettivo è l'assenza di una chiara distinzione, all'epoca, tra il sistema di assiomi indagato e il linguaggio logico con cui l'indagine viene condotta. Nondimeno, Carnap non abbandona le sue ricerche sulla decidibilità e la categoricità. Nella mia presentazione, discuterò la relazione tra questi due concetti, focalizzandomi su quello che oggi viene chiamato il *problema carnapiano della categoricità* per un sistema di logica, ovvero la questione se la semantica di una logica possa essere univocamente determinata dal suo sistema proof theoretical. In particolare, esaminerò due argomenti recenti a favore dell'idea che le regole di deduzione naturale per il quantificatore universale del primo ordine siano categoriche, ossia che esse determinino univocamente il significato semantico inteso. Sosterrò che il successo di entrambi questi argomenti dipende dalle loro assunzioni semantiche o infinitarie, che possono essere facilmente scaricate se la regola di introduzione del quantificatore universale viene letta come regola infinitaria. Riconsidererò di conseguenza l'uso della  $\omega$ -rule, mostrando che la sua aggiunta alla formalizzazione standard della logica del primo ordine è categorica. Proporrò infine un argomento per la categoricità dell'aritmetica di Peano del primo ordine, basato sul requisito della conservatività inferenziale. La presentazione si basa principalmente su due mie recenti pubblicazioni, "Categorial Quantification", *Bulletin of Symbolic Logic*, 2024, pp. 1-2 e "Inferential Quantification and the  $\omega$ -Rule", in Antonio Piccolomini d'Aragona (Ed.) *Perspectives on Deduction*, Synthese Library Series, Springer, 2024, pp. 345-372.



**23.05.2024**

**15-17 CET**

**Broadcast via Zoom**

The seminar will be held in [English](#). A handout and a link to the online room will be provided through a mailing list.

To subscribe or to ask for information about the seminar series, please contact the organizers:

[Caterina Del Sordo](mailto:caterina.delsordo@ehu.eus) (caterina.delsordo@ehu.eus)

[Felice Masi](mailto:felice.masi@unina.it) (felice.masi@unina.it)

[Francesco Pisano](mailto:francesco.pisano2@unina.it) (francesco.pisano2@unina.it)